

Билет 1 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Сформулировать определение двойного интеграла. Приведите геометрическую и физическую интерпретации двойного интеграла. (5 баллов)
2. Доказать ограниченность функции, интегрируемой в замкнутой области (необходимое условие интегрируемости, двойной интеграл). (3 балла)

Билет 2 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Какими свойствами обладает двойной интеграл? (5 баллов)
2. Вычислить якобианы отображений, соответствующих сферическим и цилиндрическим координатах. (3 балла)

Билет 3 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Сформулировать теоремы о среднем значении для двойного интеграла. (5 баллов)
2. Докажите формулу Ньютона-Лейбница для криволинейного интеграла. (3 балла)

Билет 4 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Сформулировать теорему о замене переменных в двойном интеграле. (5 баллов)
2. Докажите, что если криволинейный интеграл не зависит от пути, то подынтегральное выражение является полным дифференциалом. (3 балла)

Билет 5 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Как определяется криволинейный интеграл второго рода? Как он вычисляется? (5 баллов)
2. Как вычисляется площадь плоской фигуры с помощью формулы Грина? Привести примеры функций $P(x, y), Q(x, y)$, позволяющих это сделать. (3 балла)

Билет 6 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Сформулируйте формулу Грина для многосвязной и односвязной областей. (5 баллов)
2. Исходя из формулы Грина для односвязной области, докажите её для многосвязной. (3 балла)

Билет 7 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Как вычисляется криволинейный интеграл вдоль вертикальных и горизонтальных прямых? (5 баллов)
2. Докажите первую теорему о среднем для двойного интеграла. (3 балла)

Билет 8 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Сформулируйте свойства криволинейного интеграла. (5 баллов)
2. Докажите вторую теорему о среднем для двойного интеграла. (3 балла)

Билет 9 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Сформулируйте условия, эквивалентные независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. (5 баллов)
2. Докажите теорему о замене переменных в двойном интеграле. (3 балла)

Билет 10 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Как вычисляется двойной интеграл по прямоугольной области и по произвольной области? (5 баллов)
2. Вывести связь между прямоугольными координатами и сферическими, цилиндрическими. (3 балла)

Билет 11 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Как вычисляется тройной интеграл в прямоугольных координатах по произвольной области и по "кирпичу"? (5 баллов)
2. Докажите свойство линейности двойного интеграла (исходя из линейности интегральных сумм). (3 балла)

Билет 12 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Механический смысл криволинейного интеграла. (5 баллов)
2. Докажите, что криволинейный интеграл от полного дифференциала не зависит от пути. (3 балла)

Билет 13 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Сформулируйте свойства интегрируемых функций. (5 баллов)
2. Докажите, что если криволинейный интеграл не зависит от пути, то подынтегральное выражение является полным дифференциалом. (3 балла)

Билет 14 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Восстановление функции по ее дифференциалу (5 баллов)
2. Вывести формулу для площади поверхности, являющейся графиком функции $z = f(x, y)$. (3 балла)

Билет 15 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Площадь поверхности (5 баллов)
2. Доказать теорему о дифференцировании криволинейного интеграла по переменному верхнему пределу (3 балла)

Билет 16 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Вычисление площади поверхности, заданной параметрически (5 баллов)
2. Как восстановить функцию по её дифференциалу? (3 балла)

Билет 17 (мод 2, БМТ, 2013).

1. Вычисление криволинейного интеграла от полного дифференциала (5 баллов)
2. Вывести формулу для площади поверхности, заданной параметрически. (3 балла)