

Вопросы по теории.

1. Какой ряд называют абсолютно сходящимся?
2. Какой ряд называют условно сходящимся?
3. Какой ряд называют рядом Лейбница?
4. Какими свойствами обладают сходящиеся числовые ряды?
5. Как изменится свойство ряда быть сходящимся, если из него удалить конечное число слагаемых?
6. Как изменится свойство ряда быть сходящимся, если все его слагаемые умножить на одно и то же число, отличное от нуля?
7. Сформулировать два необходимых условия сходимости числового ряда.
8. Какими свойствами обладают частичные суммы сходящегося знакоположительного числового ряда?
9. Сформулируйте свойства остатков числового ряда.
10. Какими свойствами обладают частичные суммы ряда Лейбница с чётными номерами?
11. Сформулировать критерий Коши сходимости числового ряда.
12. Сформулировать признак сравнения для числовых рядов в виде неравенства.
13. Сформулировать предельный признак сравнения для числовых рядов.
14. Сформулировать признак Даламбера для числовых рядов.
15. Сформулировать радикальный признак Коши для числовых рядов.
16. Сформулировать интегральный признак Коши сходимости числового ряда.
17. Как связаны свойства абсолютной и условной сходимости числового ряда с его сходимостью?
18. Верно ли, что для любого сходящегося числового ряда $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^{1/n} < 1$?
Ответ обосновать.
19. Верно ли, что для любого расходящегося числового ряда $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} > 1$?
1? Ответ обосновать.
20. Каким свойством обладает n-й остаток ряда Лейбница.
21. Сформулируйте определения поточечной сходимости функционального ряда и равномерной сходимости на множестве. Что называется суммой сходящегося функционального ряда?
22. Сформулируйте критерии Коши равномерной сходимости и расходимости функционального ряда.

23. Что называется интервалом, радиусом сходимости степенного ряда? Как вычисляется радиус сходимости?

24. Выпишите 5 табличных разложений элементарных функций в ряд Маклорена.

25. Доказать необходимые условия сходимости числового ряда.

26. Доказать критерий Коши сходимости числового ряда.

27. Доказать признак сравнения в виде неравенства.

28. Доказать признак сравнения в предельной форме.

29. Доказать признак Даламбера в предельной форме.

30. Доказать интегральный признак Коши.

31. Доказать, что из абсолютной сходимости числового ряда следует его сходимость.

32. Доказать свойства чётных частичных сумм ряда Лейбница. Вывести из этих свойств сходимость такого ряда.

33. Вывести оценку для n -го остатка ряда Лейбница.

34. Докажите признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

35. Докажите теорему Абеля для степенных рядов.

36. Докажите, что в интервале сходимости степенной ряд сходится абсолютно.

37. Докажите, что на отрезке, содержащемся в интервале сходимости, степенной ряд сходится равномерно.

38. Сформулируйте и докажите формулу Коши-Адамара для радиуса сходимости степенного ряда.

39. Докажите, что радиус сходимости степенного ряда можно вычислять по формуле $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$.

40. Как ведёт себя радиус сходимости степенного ряда при его интегрировании и дифференцировании?

41. Приведите пример функции, не совпадающей с суммой своего ряда Тейлора.

42. Докажите, что степенной ряд является рядом Тейлора для своей суммы.

43. Докажите достаточное условие представимости функции рядом Тейлора.

Образец РК по модулю 1.

1. Теоретический вопрос без доказательства. (2 балл)

2. Теоретический вопрос с доказательством. (1 балл)

3. Исследовать на сходимость ряд: (2 балла)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - n + 1}{n^2 \sqrt{n} + 7n - 5}$$

4. Исследовать на сходимость ряд: (3 балла)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos(5n)}{n^{3/2}}$$

5. Найти интервал сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}$$

. (3 балла)

6. Разложить в степенной ряд по степеням $(x - 2)$ функцию: $y = e^{-x}$.
Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)