ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ ПО МОДУЛЮ 1

2 курс, 3 семестр, для спец. ИУ-1,2. (2012 г.)

1. Дайте определение двойного интеграла и сформулируйте его основные свойства.

2. Сформулируйте теорему о замене переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в обобщенных полярных координатах.

3. Дайте определение тройного интеграла и сформулируйте его основные свойства.

4. Сформулируйте теорему о замене переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в обобщенной цилиндрической системе координат.

5. Сформулируйте теорему о замене переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в обобщенной сферической системе координат.

6. Дайте определение криволинейного интеграла и сформулируйте его основные свойства.

7. Дайте определение односвязной области в R^2 и запишите формулу Грина для выпуклой односвязной области в R^2. Можно ли ее использовать при нарушении выпуклости односвязной области?

8. Запишите формулу Грина для многосвязной области и сформулируйте условия ее применимости.

9. Сформулируйте теорему о четырех эквивалентных условиях независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Типовые варианты

ВАРИАНТ 1.

Задача 1. Теория.

Задача 2. Теория.

Задача 3. Изменить порядок интегрирования:

$$\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy + \int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy\,.$$

Задача 4. Для области T, заданной неравенствами $0 \leqslant x \leqslant 2$, $\quad 0 \leqslant y \leqslant \sqrt{2x-x^2}$, $\quad 0 \leqslant z \leqslant a$ вычислить

$$\iiint\limits_{T} z\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy.$$

Задача 5. Вычислить $\int\limits_{L} xydy+ydx$ вдоль параболы $y=x^2$ от точки $O(0;0)$ до точки $A(1;1)$ и далее по окружности $(x-2)^2+(y-1)^2=1$ от точки $A(1,1)$ до точки $B(2;2)$.

ВАРИАНТ 2.

Задача 1. Теория.

Задача 2. Теория.

Задача 3. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy.$

Задача 4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2+z^2=5a^2$; $x^2-y^2+z^2=4a^2$.

Задача 5. Вычислить интеграл $\oint (x^2+y)dx-(y^2+x)dy$ вдоль контура, образованного верхней частью окружности $x^2+y^2=1$ и участком прямых $x-y=1$ и $x+y=-1$ в положительном направлении. Результат проверить по формуле Грина.