

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
4 СЕМЕСТР, ИУ10 (2018-19 УЧ.Г.)

МОДУЛЬ 1, ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ 2

ВАРИАНТ 1

1. Студент подготовил статью для печати в научно-техническом сборнике Университета объемом 4 страницы. В случае обнаружения корректором опечатки на какой-либо странице статьи, эта страница возвращается студенту на исправление. Вероятность того, что на странице имеются опечатки равна 0,2. Составить ряд распределения количества страниц, возвращенных студенту на исправление. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что количества страниц, возвращенных студенту на исправление, не менее трех? (3 балла)

2. Случайная величина X распределена по закону Релея с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Найти плотность вероятностей случайной величины $Y = \ln x$. (3 балла)

ВАРИАНТ 2

1. Функция распределения случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \frac{1}{2} + c \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$$

Найти коэффициент c . Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$ этой случайной величины, математическое ожидание и дисперсию. Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $(0, \frac{\pi}{4})$? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-2	-1	0	2
p_i	0,2	0,1	0,3	0,4

Составить ряд распределения случайной величины $Y = X^4 - 5$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 3

1. Вероятность выпуска нестандартного дозиметра равна 0,2 . Из партии дозиметров наугад берется одно и проверяется его качество. Если дозиметр оказывается нестандартным, дальнейшие испытания прекращаются, а партия задерживается. Если же дозиметр оказывается стандартным, проверяется следующее и так далее. Всего проверяется не более пяти дозиметров. Составить ряд распределения числа проверяемых дозиметров. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что число проверяемых дозиметров будет не менее трех? (3 балла)

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону с параметрами $m = 10$ и $\sigma^2 = 0,09$. Найти плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = (X - 1)^2$. (3 балла)

ВАРИАНТ 4

1. При каком значении коэффициента c функция

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot (x+1)^{-3}, & |x| \geq 2; \\ 0, & |x| < 2. \end{cases}$$

может быть плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины X ? Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X . Какова вероятность того, что X примет значение большее 2 ? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-4	-2	-1	0	1	2	4
p_i	0,05	0,25	0,3	0,1	0,1	0,05	0,15

Составить ряд распределения случайной величины $Y = |X| + 2$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 5

1. Из четырех чисел 5, 6, 9, 10 наугад выбирают два. Абсолютное значение разности этих чисел – случайная величина X . Составить ряд распределения этой случайной величины. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение больше 4 ? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-1	0	1	2	3
p_i	$0,2$	$0,1$	$0,3$	$0,2$	$0,2$

Составить ряд распределения случайной величины $Y = -X^2 + 2X$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 6

1. Закон распределения случайной величины X задан функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2; \\ c \cdot (4 - x^2), & -2 < x \leq 0; \\ c \cdot (4 + x^2), & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти значение коэффициента c , плотность распределения вероятностей $f(x)$ случайной величины X , ее математическое ожидание и дисперсию. Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $(-1, 1)$? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-4	-1	0	1	4
p_i	$0,3$	$0,1$	$0,2$	$0,2$	$0,2$

Составить ряд распределения случайной величины $Y = 2X^2 - 1$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 7

1. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета преподаватель задает ему дополнительные вопросы. Преподаватель прекращает задавать вопросы, как только студент обнаруживает незнание ответа на данный вопрос. Вероятность того, что студент ответит на любой дополнительный вопрос, равна $0,7$. Составить ряд распределения числа дополнительных вопросов, которые задаст преподаватель студенту, при условии, что их количество не превышает четырех. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что студенту будет задано не менее двух вопросов? (3 балла)

2. Случайная величина X распределена по закону Коши с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \arctg x$. (3 балла)

ВАРИАНТ 8

1. Функция

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot e^{-x-2}, & x \leq 3; \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

является плотностью распределения вероятностей случайной величины X . Найти значение коэффициента c , функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $(1, 4)$? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,3	0,1	0,3

Составить ряд распределения случайной величины $Y = -X^2 + 1$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 9

1. Два футболиста делают по три броска по воротам. Вероятность попадания первого футболиста равна 0,8, для второго – 0,7. Случайная величина X – разность между числом удачных бросков первого и второго футболистов. Составить ряд распределения случайной величины X . Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $[-2, 1)$? (3 балла)

2. Закон распределения измеренного значения радиуса круга – нормальный, с математическим ожиданием $M[X] = 50$ и дисперсией $D[X] = 0,25$. Найти закон распределения площади круга и его среднюю площадь. (3 балла)

ВАРИАНТ 10

1. При каком значении коэффициента c функция

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot e^{-3x+2}, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

может быть плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины X ?

Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X . Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $(0.5, 2)$? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-3	-1	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,3	0,2	0,2

Составить ряд распределения случайной величины $Y = -X^2$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 11

1. Из урны, в которой находятся 9 черных и 3 белых шаров, последовательно вынимаются шары до тех пор, пока не появится черный шар. Составить ряд распределения числа вынутых белых шаров. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что число вынутых белых шаров будет не менее двух? (3 балла)

2. Какому функциональному преобразованию надо подвергнуть случайную величину X , распределенную равномерно в интервале $[0, 1]$, чтобы получить случайную величину Y , распределенную по показательному закону $f(y) = 2e^{-2y}$? (3 балла)

ВАРИАНТ 12

1. Закон распределения случайной величины X задан функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2; \\ c \cdot (4 - x^2), & -2 < x \leq 0; \\ c \cdot (4 + x^2), & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти значение коэффициента c , плотность распределения вероятностей $f(x)$ случайной величины X , ее математическое ожидание и дисперсию. Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $(-1, 1)$? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-3	-1	0	1	3
p_i	0,3	0,2	0,2	0,1	0,2

Составить ряд распределения случайной величины $Y = -X^2$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 13

1. Два игрока поочередно бросают монету до первого появления герба. Игрок, у которого выпал герб, получает от другого игрока 10 рублей. Случайная величина X – выигрыш игрока, который начинает бросать монету первым. Составить ряд распределения случайной величины X . Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. (3 балла)

2. Непрерывная случайная величина X имеет показательное распределение с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ 3 \cdot e^{-3x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = tg x$. (3 балла)

ВАРИАНТ 14

1. При каком значении коэффициента c функция

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}, & |x| < 2; \\ 0, & |x| \geq 2. \end{cases}$$

является плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины X ? Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $(-1, 0,5)$? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1

Составить ряд распределения случайной величины $Y = exp(X^2)$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 15

1. Стрелок, имея 3 патрона, стреляет в цель до первого попадания. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах соответственно $0,7, 0,6, 0,4$. Случайная величина X – число оставшихся патронов. Составить ряд распределения случайной величины X ,. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти ее математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение. Какова вероятность того, что у стрелка останется не менее двух патронов? (3 балла)

2. Случайная величина X распределена по закону Коши с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \operatorname{arctg} x$. (3 балла)

ВАРИАНТ 16

1. Функция распределения случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3; \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot \operatorname{arcsin} \frac{x}{3}, & -3 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$ этой случайной величины, математическое ожидание и дисперсию. Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $(0, 1)$? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-2	-1	0	1	2
p_i	$0,2$	$0,1$	$0,4$	$0,1$	$0,2$

Составить ряд распределения случайной величины $Y = (X - 1)^2$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 17

1. В коробке находятся 10 лотерейных билетов, среди которых 4 выигрышных, причем 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить ряд распределения случайной величины X – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекаются два билета. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое

ожидание и дисперсию случайной величины X . Какова вероятность того, что выигрыш X будет больше 1000 рублей? (3 балла)

2. Какому функциональному преобразованию надо подвергнуть случайную величину X , распределенную равномерно в интервале $[0, 1]$, чтобы получить случайную величину Y , распределенную по показательному закону $f(y) = \lambda e^{-\lambda y}$, $y > 0$? (3 балла)

ВАРИАНТ 18

1. При каком значении коэффициента c функция

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot x^{-4}, & |x| \geq 1; \\ 0, & |x| < 1. \end{cases}$$

может быть плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины X ? Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X . Какова вероятность того, что X примет значение большее 0.5? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-4	-1	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,4	0,1	0,2

Составить ряд распределения случайной величины $Y = (X + 2)^2$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 19

1. На переэкзаменовку по теории вероятностей явились 3 студента. Вероятность того, что первый сдаст экзамен, равна 0.5, второй – 0.7, третий – 0.6. Случайная величина X – числа студентов, не сдавших экзамен. Составить ряд распределения случайной величины X . Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что хотя бы 2 студента сдадут экзамен? (3 балла)

2. На окружность радиуса R брошены две точки. Считая, что длина хорды, соединяющей эти точки – случайная величина с равномерным распределением, найти плотность распределения вероятностей длины дуги между брошенными точками. (3 балла)

ВАРИАНТ 20

1. Функция $f(x) = \frac{c}{1+x^2}$ является плотностью распределения вероятностей случайной величины X . Найти значение коэффициента c , функцию распределения, математиче-

ское ожидание и дисперсию случайной величины X . Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение не большее 3? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-3	-1	0	1	2
p_i	$0,2$	$0,1$	$0,3$	$0,2$	$0,2$

Составить ряд распределения случайной величины $Y = -X^2$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 21

1. В блоке, имеющем четыре однотипных элемента, вышел из строя один элемент. С целью устранения неисправности один взятый наугад элемент заменяется, после чего проверяется работа блока. Составить ряд распределения числа замен элементов блока. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что число замен элементов блока будет не менее двух? (3 балла)

2. Найти закон распределения объема шара, если его радиус – случайная величина, подчиняющаяся нормальному закону с математическим ожиданием $M[X] = 10$ и дисперсией $D[X] = 0,05$. (3 балла)

ВАРИАНТ 22

1. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета преподаватель задает ему дополнительные вопросы. Преподаватель прекращает задавать вопросы, как только студент обнаруживает незнание ответа на данный вопрос. Вероятность того, что студент ответит на любой дополнительный вопрос, равна 0,7. Составить ряд распределения числа дополнительных вопросов, которые задаст преподаватель студенту, при условии, что их количество не превышает четырех. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-1	$-0,5$	0	1	2
p_i	$0,1$	$0,3$	$0,3$	$0,1$	$0,2$

Составить ряд распределения случайной величины $Y = 2X - 1$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 23

1. Три орудия производят по одному выстрелу в цель. Вероятность попадания первого орудия равна 0,6, второго – 0,5, третье го – 0,7. Составить ряд распределения числа попаданий в цель. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Какова вероятность того, что число попаданий в цель будет не менее двух? (3 балла)

2. Случайная величина X распределена по закону с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{8} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{4}\right), & |x| \leq 2; \\ 0, & |x| > 2. \end{cases}$$

Найти плотность вероятностей случайной величины $Y = 9 - x^2$. (3 балла)

ВАРИАНТ 24

1. При каком значении коэффициента c функция

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ c \cdot (1 - x), & 0 \leq x < 1; \\ 0, & x \geq 1. \end{cases}$$

может быть плотностью распределения вероятностей некоторой случайной величины X ? Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X . Какова вероятность того, что случайная величина X примет значение из интервала $(0,2, 0,5)$? (3 балла)

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения

x_i	-1	0	1	2	3
p_i	0,2	0,1	0,3	0,2	0,2

Составить ряд распределения случайной величины $Y = -X^2 + 2X$. Найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины Y . (3 балла)

ВАРИАНТ 25

1. Два стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания в нее первым стрелком равна 0,6, а вторым – 0,7. Построить ряд распределения числа попаданий в мишень. Построить многоугольник распределения. Найти функцию распределения и построить ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое

отклонение. Какова вероятность того, что число попаданий в мишень будет не менее одного?
(3 балла)

2. Найти плотность распределения вероятностей объема куба, ребро которого X – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $[0, 2]$. (3 балла)