

Теория вероятностей и математическая статистика

4 семестр, ИУ10 (2018-19 уч.г.)

Модуль 1, домашнее задание 1

ВАРИАНТ 1

1. В группе 30 студентов, 5 из них живут в общежитии. По списку наудачу выбрано 3 студента. Найти вероятность того, что один из них живет в общежитии. (3 балла)
2. Вероятность попадания стрелком в десятку равна 0,7, а в девятку — 0,3. Определить вероятность того, что данный стрелок, трижды выстрелив, наберет 29 очков. (3 балла)

ВАРИАНТ 2

1. В секретном замке на общей оси имеется 4 диска, каждый из которых разделен на 5 секторов с написанными на них цифрами. Замок открывается только в том случае, если диски установлены так, что их цифры образуют определенное четырехзначное число. Определить вероятность того, что при произвольной установке дисков замок можно будет открыть с первого раза. (3 балла)
2. При проверке качества зерен пшеницы было установлено, что все зерна могут быть разделены на четыре группы. К первой группе относятся 96% зерен, ко второй — 2%, к третьей — 1%, к четвертой — 1%. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, в котором будет не менее 50 зерен, составляет для семян первой группы 0,5, второй 0,2, третьей 0,18, четвертой 0,02. Определить вероятность того, что: а) из наудачу взятого зерна вырастет колос, в котором будет не менее 50 зерен; б) при условии, что выросший колос содержит 50 зерен, зерно было взято из первой группы. (3 балла)

ВАРИАНТ 3

1. Партия из 100 деталей подвергается выборочному контролю. Условие непригодности всей партии — наличие хотя бы одной бракованной детали из 5 проверенных. Какова вероятность принять данную партию, если она содержит 5% неисправных деталей? (3 балла)
2. Для продукции, выпускаемой заводом, установлено, что в среднем на 100 изделий 4 не соответствуют техническим условиям. Таким образом, вероятность того, что изделие стандартное, равна 0,96. Для проверки изделия на соответствие техническим условиям на заводе проводится упрощенное испытание. Как показал опыт, „хорошие“ изделия проходят это испытание с вероятностью 0,98, а „плохие“ — с вероятностью 0,05. Какова вероятность того, что изделие, дважды прошедшее испытание, является стандартным? (3 балла)

ВАРИАНТ 4

1. В турпоходе участвуют A студентов одной группы и B другой. Какова вероятность того, что двое случайно оказавшихся рядом студентов окажутся из разных групп? Предполагается, что студенты идут в один ряд. (3 балла)
2. На склад поступает продукция трех заводов, причем от первого завода поступает 20% всей продукции, от второго — 46%, от третьего — 34%. Известно, что нестандартная продукция на каждом заводе составляет в среднем 3%, 2%, 1%. Найти вероятность того, что на удачу взятое изделие, оказавшееся нестандартным, изготовлено на первом заводе. (3 балла)

ВАРИАНТ 5

1. Из урны, содержащей 20 белых и 10 черных шаров, извлекаются 3 шара (вынутый шар в урну не возвращается). Определить вероятность того, что среди вынутых шаров будет: а) 2 белых; б) не меньше, чем 2 белых; в) не больше, чем 2 белых шара. (3 балла)

2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле $P = 0,6$. С какой вероятностью цель будет поражена при 5 выстрелах, если для поражения необходимо не менее 2 попаданий? (3 балла)

ВАРИАНТ 6

1. В урне один белый и пять черных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар, не возвращая его обратно. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность того, что выигрывает игрок, начинающий игру? (3 балла)

2. Вероятность поражения цели при одном выстреле $P = 0,8$. Сколько выстрелов нужно произвести, чтобы поразить цель с вероятностью 0,99? (3 балла)

ВАРИАНТ 7

1. В здании главного корпуса МГТУ на 2-м этаже вошли в лифт 6 человек. От 3-го до 11-го этажа лифт может остановиться на любом этаже. Какова вероятность того, что все пассажиры вышли на разных этажах, если всевозможные варианты выхода пассажиров равновероятны? (3 балла)

2. Имеются две одинаковые урны: в 1-й два белых шара и три черных, во 2-й три белых и один черный. Из первой урны наудачу перекалдывают во вторую два шара, а затем из второй урны наугад вынимают один шар. Этот шар оказался белым. Какой состав переложенных шаров является наиболее вероятным? (3 балла)

ВАРИАНТ 8

1. На 10 карточках записаны буквы, составляющие слово „астрономия“. Какова вероятность того, что, выбрав наудачу пять из них, мы получим слово „мотор“? Рассмотреть два случая: а) карточки расположены в порядке извлечения; б) вынутые карточки можно переставлять. (3 балла)

2. По каналу связи, подверженному воздействию помех, передается одна из команд управления в виде кодовых комбинаций 11111 или 00000, причем априорные вероятности передачи этих команд соответственно равны 0,8 и 0,2. Из-за наличия помех вероятность правильного приема каждого из символов (1 и 0) равна 0,6. Предполагается, что символы кодовых комбинаций искажаются независимо друг от друга. На выходе приемного устройства зарегистрирована комбинация 10110. Спрашивается, какая команда была передана? (3 балла)

ВАРИАНТ 9

1. На 8 карточках записаны буквы слова „интеграл“. Какова вероятность того, что, выбрав наудачу четыре из них, мы получим слово „тигр“? Рассмотреть два случая: а) карточки располагаются в порядке их извлечения; б) вынутые карточки можно переставлять. (3 балла)

2. По самолету производится 4 независимых выстрела, в каждом из которых вероятность попадания снаряда $P = 0,3$. Самолет поражается с вероятностью 1, если в него попало не менее двух снарядов, и с вероятностью 0,6, если попал только один снаряд. Определить вероятность поражения самолета. (3 балла)

ВАРИАНТ 10

1. По каналу связи передаются 10 сигналов, вероятность искажения каждого из них одинакова. Из-за помех 4 из переданных сигналов при приеме искажаются. Какова вероятность того, что из 4 любых принятых сигналов хотя бы один — искаженный? (3 балла)

2. При параллельном включении реле надежность блока из реле повышается. Сколько реле нужно взять, чтобы надежность блока P (т.е. вероятность его безотказной работы) была равной 0,999, если надежность отдельного реле $P_1 = 0,9$? (3 балла)

ВАРИАНТ 11

1. При подготовке к зачету студент выучил 15 вопросов из 25, входящих в программу. Зачет считается сданным, если студент ответил на 3 наудачу выбранных вопроса. Какова вероятность сдачи зачета? (3 балла)

2. Счетчик регистрирует частицы трех типов: A , B и C . Вероятность появления этих частиц такова: $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,5$, $P(C) = 0,3$. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностью: $P_1 = 0,8$, $P_2 = 0,2$, $P_3 = 0,4$. Счетчик отметил частицу. По критерию наибольшей вероятности определить, какая это была частица. (3 балла)

ВАРИАНТ 12

1. Компания из 10 человек садится за круглый стол. С какой вероятностью 3 определенных лица окажутся рядом, если всего мест за столом 10? (3 балла)

2. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна $P = 0,1$. Сколько билетов нужно приобрести, чтобы выигрыш был гарантирован с вероятностью $P_T = 0,9$? (3 балла)

ВАРИАНТ 13

1. В урне A белых и B черных шаров. Из урны вынимают два шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми. Рассмотреть два случая: 1) первый шар возвращается в урну; 2) первый шар не возвращается в урну. (3 балла)

2. Вероятность пробоя каждого из 4 конденсаторов в приборе равна 0,1. Вероятность выхода прибора из строя при пробое одного конденсатора равна 0,2; двух — 0,4; трех — 0,6; четырех — 0,9. Найти вероятность выхода прибора из строя. (3 балла)

ВАРИАНТ 14

1. Какова вероятность угадать в спортлото 5 чисел? В розыгрыше из 49 чисел выбираются случайным образом 6 чисел. (3 балла)

2. Передача информации о состоянии процесса управления осуществляется с помощью двоичного кода 0, 1. Из-за помех искажается в среднем $2/3$ сигналов 0 и $1/3$ сигналов 1. Отношение сигналов 0 к сигналам 1 во всей информации составляет 5 : 3. Определить вероятность того, что принятые сигналы действительно являются таковыми. (3 балла)

ВАРИАНТ 15

1. На шести карточках написаны буквы Е, И, С, С, С, Я. Тщательно перемешав карточки, извлекают их одну за другой и кладут в порядке извлечения. Найти вероятность того, что составится слово „сессия“. (3 балла)

2. Студент для сдачи экзамена на машине-экзаменаторе должен на каждый из вопросов выбрать ответ „Да“ или „Нет“. На первом экзаменаторе для сдачи экзамена нужно правильно ответить на 3 из 4 вопросов, на втором экзаменаторе — на 5 из 8 вопросов. Какой экзаменатор предпочтительнее для студента, который не знает материал? (3 балла)

ВАРИАНТ 16

1. В группе из 30 студентов 25 спортсменов-разрядников. Наугад выбирают 5 студентов для сдачи норм ГТО. Какова вероятность того, что среди них не окажется ни одного спортсмена-разрядника? (3 балла)

2. Вероятности попадания для трех стрелков при каждом выстреле равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6. При одновременном выстреле всех трех стрелков обнаружено одно попадание. По критерию максимальной апостериорной вероятности определите, какому стрелку принадлежит пробоина. (3 балла)

ВАРИАНТ 17

1. В урне один белый и пять черных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар и возвращают его обратно, после чего шары в урне перемешиваются. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность того, что выиграет игрок, начинающий игру? (3 балла)

2. В группе из 20 человек имеются 5 отличных, 9 хороших и 6 посредственных стрелков. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,9; хороший – с вероятностью 0,8; посредственный — с вероятностью 0,7. Наугад выбранный стрелок выстрелил дважды, в результате отмечено одно попадание и один промах. Какой вероятнее всего был стрелок: отличный, хороший или посредственный? (3 балла)

ВАРИАНТ 18

1. Большое количество партий, в 10 изделий каждая, проверяется следующим образом: партия принимается, если из 3 выбранных по случайному принципу изделий каждое отвечает стандарту. Если же хотя бы одно изделие из контролируемых нестандартное, то партия бракуется. Какова вероятность того, что будет принята партия, в которой два нестандартных изделия? (3 балла)

2. При исследовании больного имеется подозрение на одно из трех заболеваний: A_1 , A_2 , A_3 . Для больного вероятность заболевания каждой болезнью в данных условиях составит соответственно $P_1 = 1/2$; $P_2 = 1/6$; $P_3 = 1/3$. Для уточнения диагноза назначен некоторый анализ, дающий положительный результат с вероятностью 0,1 в случае заболевания A_1 , с вероятностью 0,2 в случае заболевания A_2 и с вероятностью 0,9 в случае заболевания A_3 . Анализ был проведен пять раз и дал четыре раза положительный результат и один раз отрицательный. Требуется определить вероятность каждого заболевания после анализа (пятикратного). (3 балла)

ВАРИАНТ 19

1. Из колоды в 52 карты наудачу извлекаются 3 карты. Определить вероятность того, что это будут тройка, семерка и туз. (3 балла)

2. В трех ящиках находятся соответственно: 2 белых и 3 черных шара; 4 белых и 3 черных шара; 6 белых и 2 черных шара. Предполагается, что вероятности извлечения шаров из каждого ящика соответственно равны: $P_1 = 0,1$; $P_2 = 0,7$; $P_3 = 0,2$. Извлечен белый шар. Спрашивается, из какого ящика (по критерию вероятности) извлечен шар? (3 балла)

ВАРИАНТ 20

1. В урне 20 белых и 5 красных шаров. Одновременно из урны извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что хотя бы 1 шар из них белого цвета? Какова вероятность того, что оба они разного цвета? (3 балла)

2. Завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью $P = 0,01$ может иметь дефект. Каков должен быть объем случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно дефектное изделие была не менее 0,95? (3 балла)

ВАРИАНТ 21

1. Слово „тройка“ составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешиваются и из них извлекаются по очереди четыре карточки. Какова вероятность того, что эти четыре карточки в порядке выхода составят слово „крот“? (3 балла)

2. В группе 20 студентов, пришедших на экзамен. Из них 8 подготовлены отлично, 6 хорошо, 4 посредственно и 2 плохо. В экзаменационных билетах имеется 40 вопросов. Студент, подготовленный отлично, может ответить на все вопросы, подготовленный хорошо – на 35 вопросов, посредственно — на 25, плохо — на 10. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: а) отлично; б) хорошо; в) посредственно; г) плохо. (3 балла)

ВАРИАНТ 22

1. Имеются 12 приборов, из них 9 приборов проверенные и 3 непроверенные. Выбирается случайным образом 3 прибора. Определить вероятность того, что все выбранные приборы проверены. (3 балла)

2. В продукции завода брак из-за дефекта A составляет 5%, причем среди забракованной по этому дефекту продукции в 6% случаев встречается дефект B , а в продукции, свободной от дефекта A , дефект B встречается в 2% случаев. Какова вероятность обнаружения дефекта B в произвольно выбранном изделии? Какова вероятность наличия дефекта A в изделии, в котором установлено наличие дефекта B ? (3 балла)

ВАРИАНТ 23

1. На карточках представлены буквы Т, Т, Т, И, И, Н, С, У. Какова вероятность того, что при последовательном извлечении карточек получится слово „институт“? (3 балла)

2. Противник может применить ракеты трех типов A , B и C с такой вероятностью: $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,6$; $P(C) = 0,1$. Вероятность сбить ракеты этих типов равны соответственно 0,6; 0,8 и 0,9. Известно, что противник применил ракету одного из трех типов. Определить вероятность того, что ракета будет сбита. Если ракета сбита, то определить наиболее вероятный ее тип. (3 балла)

ВАРИАНТ 24

1. Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по жребию разбиваются на две равные подгруппы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в одной подгруппе. (3 балла)

2. Предохранитель в электрической цепи выходит из строя в четырех случаях: 1) при коротком замыкании в лампе (событие A) с вероятностью $P_1 = 0,6$; 2) при коротком замыкании в обмотке трансформатора (событие B) с вероятностью $P_2 = 0,7$; 3) при пробое конденсатора (событие C) с вероятностью $P_3 = 0,9$; 4) при выходе напряжения сети за допустимые нормы (событие D) с вероятностью $P_4 = 0,4$. Все события несовместны и их вероятности равны: $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,1$; $P(C) = 0,4$; $P(D) = 0,3$. Определить наиболее вероятную причину отказа предохранителя после того, как произошло это событие. (3 балла)

ВАРИАНТ 25

1. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел их получать, вспомнил лишь, что в коде было число 23. Какова вероятность того, что он с первой попытки наберет нужный четырехзначный номер? (3 балла)

2. На ракетной установке ПВО имеется боезапас в 10 ракет. Вероятность поражения самолета противника одной ракетой равна 0,6. Чему равна вероятность уничтожения трех самолетов противника, если каждый может быть сбит независимо от других и каждая ракета может попасть лишь в один из самолетов? (3 балла)

ВАРИАНТ 26

1. Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по жребию разбивают на две группы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в разных подгруппах. (3 балла)

2. Производятся испытания прибора. При каждом испытании прибор выходит из строя с вероятностью $P = 0,1$. После первого выхода из строя прибор ремонтируется, после второго он признается негодным. Найти вероятность того, что прибор будет признан негодным после 5 испытаний. (3 балла)

ВАРИАНТ 27

1. Из 33 карточек с буквами русского алфавита наудачу выбираются 4 карточки. Какова вероятность того, что эти карточки в порядке извлечения составят слово „небо“? (3 балла)

2. По линии связи посылаются сигналы 0 и 1 с вероятностями $P_0 = 0,4$ и $P_1 = 0,6$. Если посылается сигнал 1, то из-за наличия помех принимаются соответственно сигналы 1 и 0 с вероятностями $P_{11} = 0,9$ и $P_{10} = 0,1$ соответственно. Если посылается сигнал 0, то принимаются сигналы 1 и 0 с вероятностями $P_{01} = 0,3$ и $P_{00} = 0,7$ соответственно. Какова условная вероятность того, что посылается сигнал 1, если на выходе принимается сигнал 1? (3 балла)

ВАРИАНТ 28

1. В барабане продавца билетов книжной лотереи 200 билетов, из них с выигрышами 20. Покупатель берет наудачу 3 билета. Какова вероятность того, что один билет окажется выигрышным? (3 балла)

2. По воздушной цели ведут огонь две ракетные установки. Вероятность поражения цели первой установкой равна 0,85, второй 0,9. Вероятность поражения цели обеими установками равна 0,99. Найти вероятность поражения цели, если известно, что первая установка срабатывает с вероятностью 0,8, а вторая – с вероятностью 0,7. (3 балла)

ВАРИАНТ 29

1. Для сдачи экзамена нужно правильно ответить не менее, чем на 2 вопроса билета (в билете 3 вопроса). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если из 30 вопросов он не выучил 3? (3 балла)

2. Производится стрельба по цели тремя снарядами. Каждый снаряд попадает в цель с вероятностью $P = 0,7$ независимо от других. Цель поражается с вероятностью 0,5 при попадании одного снаряда, с вероятностью 0,7 — двух снарядов и с вероятностью 0,9 — трех снарядов. Найти полную вероятность поражения цели. (3 балла)

ВАРИАНТ 30

1. Достаточным условием сдачи коллоквиума является ответ на 2 из 3 вопросов, предлагаемых преподавателем студенту. Студент не знает ответов на 8 вопросов из 45, которые могут быть предложены. Какова вероятность того, что студент сдаст коллоквиум? (3 балла)

2. Экзаменационные билеты содержат 50 различных вопросов. В каждом билете 2 вопроса. Чтобы сдать экзамен, студент должен ответить на оба вопроса билета. Сколько вопросов студент может позволить себе не знать, чтобы надеяться сдать экзамен с вероятностью 0,98? (3 балла)