

Теория вероятностей и математическая статистика

5 семестр, ИУ10 (2017-18 уч.г.)

Модуль 2, домашнее задание

ВАРИАНТ 1

1. Глубина моря измеряется прибором, систематическая ошибка измерения которого равна нулю, а случайные ошибки распределены нормально со средним квадратичным отклонением 10 м. Сколько надо сделать независимых измерений, чтобы определить глубину с абсолютной погрешностью не более 5 м при доверительной вероятности 90%? (5 баллов)

2. Давление в камере контролируется по двум манометрам. Для сравнения точности этих приборов одновременно фиксируются их показания. По результатам 10 замеров выборочные оценки (в единицах шкалы приборов) оказались следующими: $\bar{X} = 1573$; $\bar{Y} = 1671$; $S_x^2 = 0,72$; $S_y^2 = 0,15$. Используя односторонний критерий, проверить при $\alpha = 0,1$ гипотезу о равенстве дисперсий. Распределение контролируемого признака нормальное. (5 баллов)

ВАРИАНТ 2

1. Расстояние от места измерения до навигационного знака оценивают средним арифметическим результатов независимых измерений данного расстояния, выполненных некоторым количеством дальномеров. Измерения не содержат систематической ошибки и производятся каждым дальномером один раз, а случайные ошибки распределены нормально со средним квадратичным отклонением $\sigma = 10$ м. Сколько надо иметь дальномеров, чтобы абсолютная величина ошибки при определении расстояния до навигационного знака с вероятностью 0,9 не превышала 10 м? (5 баллов)

2. Точность станка-автомата, производящего некоторые детали, характеризуется дисперсией длины деталей. Если эта величина будет больше 400 мкм^2 , станок останавливается для наладки. Выборочная дисперсия длины 15 случайно отобранных деталей из продукции станка оказалась равной $S^2 = 680 \text{ мкм}^2$. Нужно ли производить наладку станка, если $\alpha = 0,01$? Распределение контролируемого признака нормальное. (5 баллов)

ВАРИАНТ 3

1. До наладки станка была проверена точность изготовления 10 втулок и оценено значение дисперсии диаметра втулок $\hat{\sigma}_1^2 = 5,7 \text{ мкм}^2$, которое характеризует точность станка. После наладки станка контролировались еще 25 втулок и получено новое значение дисперсии $\hat{\sigma}_2^2 = 9,6 \text{ мкм}^2$. Есть ли основания считать, что в результате наладки станка точность изготовления на нем деталей не изменилась? Проверку гипотезы осуществлять на уровне значимости $\lambda = 0,1$ в предположении, что ошибка изготовления распределена по нормальному закону. (5 баллов)

2. Оценка значений сопротивления для большой партии однотипных резисторов, определенная по результатам измерений 100 случайно отобранных экземпляров, составляет $\bar{X} = 10 \text{ кОм}$. Считая, что СКО ошибки измерений сопротивления известно $\sigma = 1 \text{ кОм}$, найти вероятность того, что для резисторов всей партии значения сопротивления лежат в пределах $10 \pm 0,1 \text{ кОм}$. (5 баллов)

ВАРИАНТ 4

1. В результате проведенных испытаний получены следующие значения начальной скорости снаряда (в м/с): 422,2; 418,7; 425,6; 420,3; 425,8; 423,1; 431,5; 428,2; 438,3; 434,0; 411,3; 423,0. Определить точечные оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения начальной скорости, а также построить для указанных параметров 90%-е доверительные интервалы, считая распределение начальной скорости нормальным. (5 баллов)

2. В соответствии с техническими условиями среднее время безотказной работы для приборов из большой партии должно составлять не менее 1000 ч. Выборочное среднее время безотказной работы для случайно отобранных 25 приборов оказалось равным 970 ч, а $S^2 = 100$. Предположим, что среднее квадратичное времени безотказной работы для приборов в выборке совпадает со средним квадратичным во всей партии. Можно ли считать при уровне доверия $\alpha = 0,01$, что вся партия приборов не удовлетворяет техническим условиям? (5 баллов)

ВАРИАНТ 5

1. Среднее арифметическое значение расстояния между двумя геодезическими пунктами, полученное по данным обработки 9 независимых измерений, составляет 3000 м. Значения ошибки дальномерного устройства подчинены нормальному закону распределения и характеризуются средним квадратичным отклонением 30 м. Построить для истинного расстояния между пунктами 90%-й доверительный интервал. (5 баллов)

2. Из большой партии резисторов одного типа и номинала случайным образом отобраны 36 штук. Выборочное среднее величины сопротивления при этом оказалось равным 9,3 кОм. Используя двусторонний критерий при $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что выборка взята из партии с номинальным значением 10 кОм, если дисперсия значения сопротивления известна и равна 4 кОм. Распределение контролируемого признака нормальное. (5 баллов)

ВАРИАНТ 6

1. При определении прочности стержня на разрыв испытывались 8 образцов. В результате испытаний получены следующие значения усилия разрыва (в кг): 500; 510; 545; 600; 560; 530; 525; 540. Требуется определить доверительные интервалы уровня $\gamma = 0,95$ для среднего значения прочности и ее среднего квадратичного отклонения, если закон распределения прочности нормальный. (5 баллов)

2. Из большой партии резисторов одного типа и номинала случайным образом отобраны 36 штук. Выборочное среднее величины сопротивления при этом оказалось равным 9,3 кОм. Используя двусторонний критерий при $\alpha = 0,05$, проверить гипотезу о том, что выборка взята из партии с номинальным значением 10 кОм, если дисперсия значения сопротивления неизвестна, а выборочная дисперсия равна $6,25 \text{ кОм}^2$. Распределение контролируемой величины нормальное. (5 баллов)

ВАРИАНТ 7

1. Средняя квадратичная ошибка измерения угла теодолитом составляет $7''$. Сколько независимых измерений следует произвести, чтобы с вероятностью $\gamma = 0,95$ гарантировать измерение угла с ошибкой, по абсолютной величине не превышающей $5''$? Предполагается, что ошибки измерений распределены по нормальному закону. (5 баллов)

2. При обработке втулок на станке-автомате для проверки стабильности его работы через определенные промежутки времени проводятся измерения результатов работы. Даны результаты двух выборок:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	2,060	2,063	2,068	2,060	2,067	2,063	2,059	2,062	2,062	2,060
y_i	2,063	2,060	2,057	2,056	2,059	2,058	2,062	2,059	2,059	2,057

Проверить, является ли работа станка стабильной. Распределение контролируемого признака предполагается нормальным. Так как обе выборки извлечены из продукции одного и того же станка, то можно считать, что дисперсии обеих выборок равны: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$. Уровень значимости $\alpha = 0,05$. (5 баллов)

ВАРИАНТ 8

1. До замены кварца в радиопередатчике произведено 10 замеров несущей частоты, в результате чего была найдена оценка среднего квадратичного отклонения $\hat{\sigma}_1 = 0,045$ кГц. После замены кварца произведено еще 8 замеров частоты и вычислена оценка среднего квадратичного отклонения $\hat{\sigma}_2 = 0,02$ кГц. Есть ли основания полагать, что смена кварца привела к уменьшению разброса несущей частоты? Гипотезу проверить при уровне значимости $\lambda = 0,1$ в предположении, что несущая частота распределена по нормальному закону. (5 баллов)

2. Средняя квадратичная ошибка высотомера $\sigma = 15$ м. Сколько надо иметь таких приборов на самолете, чтобы с достоверностью 0,99 ошибка средней высоты \bar{X} была меньше 30 м? При этом случайные ошибки распределены по нормальному закону, а систематические ошибки отсутствуют. (5 баллов)

ВАРИАНТ 9

1. С помощью 5 секундомеров, позволяющих производить измерения со средним квадратичным отклонением 0,15 м/с, найдены такие значения времени вывода космического аппарата на орбиту (в м/с): 425,5; 425,3; 426,1; 425,7; 425,9. Полагая, что ошибки измерения секундомеров подчинены нормальному закону распределения, построить 90%-й доверительный интервал для истинного времени вывода аппарата на орбиту. (5 баллов)

2. По выборке из 50 электроламп завода А установили среднюю продолжительность работы лампы 1288 ч со средним квадратичным отклонением 80 ч, а по аналогичной выборке ламп с завода В — среднюю продолжительность работы 1208 ч со средним квадратичным отклонением 94 ч. Проверить гипотезу о том, что средний срок службы лампы с обоих заводов одинаков при уровне значимости $\alpha = 0,05$. Принять, что продолжительность работы лампы распределена по нормальному закону. (5 баллов)

ВАРИАНТ 10

1. Оценка дисперсии $\hat{\sigma}_x$, полученная путем обработки результатов 8 независимых наблюдений нормально распределенной случайной величины X , равна 5,75. С какой вероятностью можно утверждать, что среднее значение X заключено в интервале (25, 37,4), если середина этого интервала совпадает с выборочным средним значением X ? (5 баллов)

2. Для уменьшения жесткости воды в нее добавляются специальные вещества. Жесткость воды измеряется до и после добавления специальных веществ в 40 и 50 пробах соответственно. Получены средние значения жесткости (в стандартных единицах), равные 4,0 и 0,8. Дисперсия измерений в обоих случаях равна 0,25. Подтверждают ли эти результаты ожидаемый эффект, если контролируемая величина имеет нормальное распределение? Принять $\alpha = 0,05$. (5 баллов)

ВАРИАНТ 11

1. В результате 16 испытаний инерционного звена определены значения статистических характеристик случайной величины t : $\hat{\mu}_t = 120,1$ с; $\hat{\sigma}_t^2 = 9,64$ с². Считая закон распределения случайной величины нормальным, построить для параметров $\hat{\mu}_t$ и $\hat{\sigma}_t^2$ доверительные интервалы, отвечающие доверительным вероятностям $\gamma_1 = 0,95$; $\gamma_2 = 0,90$. (5 баллов)

2. На двух токарных станках изготавливают детали по одному чертежу. Из продукции первого станка было отобрано $n_1 = 9$ деталей, а из продукции второго — $n_2 = 11$ деталей. Выборочные дисперсии контрольного размера, определенные по этим выборкам, равны $S_1^2 = 5,9$ мкм² и $S_2^2 = 23,3$ мкм² соответственно. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ при конкурирующей гипотезе, утверждающей, что дисперсии не равны. (5 баллов)

ВАРИАНТ 12

1. Среднее значение дальности до ориентира, полученное по результатам 10 независимых измерений, равно 3230 м. Среднее квадратичное отклонение ошибки измерения дальномера составляет 8 м. Найти 95%-й доверительный интервал для дальности до ориентира, если ошибка измерения распределена по нормальному закону с нулевым средним значением. (5 баллов)

2. При 50 подбрасываниях монеты герб появился 20 раз. Можно ли считать, что процент появления герба не равен 50? Принять $\alpha = 0,1$. (5 баллов)

ВАРИАНТ 13

1. Для исследования стабильности температуры в термостате, в который помещается кварцевый генератор, с интервалом в 15 часов проведены две серии замеров температуры t со следующими результатами. Первая серия: 17,85; 17,98; 18,01; 18,2; 17,9; 18,0. Вторая серия: 18,01; 17,98; 18,05; 17,9; 18,0. Проверить гипотезу о неизменности температуры в термостате, если точность измерения температуры характеризуется средним квадратичным отклонением $\sigma = 0,1^\circ\text{C}$, случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону распределения, а уровень значимости $\lambda = 0,05$. (5 баллов)

2. Известно, что измерительный прибор не имеет систематических ошибок, а случайные ошибки каждого измерения подчиняются закону нормального распределения с одними и теми же параметрами. Сколько надо провести измерений для определения оценки значения измеряемой величины, чтобы с доверительной вероятностью 0,7 абсолютное значение ошибки в определении этой величины было не более 20% от σ ? (5 баллов)

ВАРИАНТ 14

1. Две партии стальной проволоки изготовлены в разные смены. По результатам испытаний на разрыв 10 образцов первой партии и 6 образцов второй получены выборочные значения средней прочности соответственно 234 Н и 247 Н. Можно ли считать, что средняя прочность проволоки второй партии выше, если среднее квадратичное отклонение прочности для обеих партий равно 10 Н, а закон распределения прочности принимается нормальным? Уровень значимости $\alpha = 0,1$. (5 баллов)

2. На основании 100 опытов определили, что в среднем для производства детали требуется $\bar{t} = 5,5$ с, а среднее квадратичное отклонение равно $S_t = 17$ с. Сделав допущение, что время для производства детали есть нормальная случайная величина, определить границы, в которых лежит истинное значение σ_t с доверительной вероятностью 90%. (5 баллов)

ВАРИАНТ 15

1. Для классификации электроизмерительного прибора произведено 9 замеров эталонного источника напряжения, в результате чего получена оценка среднего квадратичного отклонения измеряемой величины $\hat{\sigma}_1 = 0,1$ В. Измерение этого же напряжения стандартным прибором 15 раз дало оценку среднего квадратичного отклонения $\hat{\sigma}_2 = 0,09$ В. Считая, что систематические ошибки измерения отсутствуют, а случайные ошибки подчинены нормальному закону распределения, проверить гипотезу о принадлежности обоих приборов к одному классу точности, который характеризуется величиной среднего квадратичного отклонения (принять уровень значимости $\alpha = 0,1$). (5 баллов)

2. По результатам 10 измерений емкости конденсатора прибором, не имеющим систематической ошибки, получили следующие отклонения от номинального значения (пФ): 5,4; -13,9; -11; 7,2; -15,6; 29,2; 1,4; -0,3; 6,6; -9,9. Найти 90%-й доверительный интервал для дисперсии и среднего квадратичного отклонения. (5 баллов)

ВАРИАНТ 16

1. По 15 независимым равноточным измерениям рассчитаны оценки математического ожидания $\hat{\mu}_v = 427,7$ м/с и среднего квадратичного отклонения $\hat{\sigma}_v = 8,7$ м/с максимальной скорости самолета. Определить: а) доверительные границы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения при доверительной вероятности 0,9; б) вероятности, с которыми можно утверждать, что абсолютное значение ошибки в определении $\hat{\mu}_v$ и $\hat{\sigma}_v$ не превысит 2 м/с. Считать, что выборка принадлежит нормальной совокупности. (5 баллов)

2. На двух токарных станках изготавливают детали по одному чертежу. Из продукции первого станка было отобрано $n_1 = 9$ деталей, а из продукции второго — $n_2 = 11$ деталей. Выборочные дисперсии контрольного размера, определенные по этим выборкам, равны $S_1^2 = 5,9$ мкм² и $S_2^2 = 23,3$ мкм² соответственно. Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при $\alpha = 0,05$ и конкурирующей гипотезе, утверждающей, что дисперсия контрольного размера для второго станка больше, чем для первого. (5 баллов)

ВАРИАНТ 17

1. Плотность распределения вероятностей времени τ между последовательными отказами радиоэлектронной аппаратуры определяется формулой $f(t) = \frac{1}{T}e^{-t/T}$, $t \geq 0$, где T — математическое ожидание случайной величины. В теории надежности параметр T носит название „средняя наработка на отказ“. Для оценки параметра T провели испытания n образцов радиоэлектронной аппаратуры до появления $d = 5$ отказов. Общая продолжительность S работы с начала испытания до последнего отказа для образцов оказалась равной 1600 ч. Определить границы доверительного интервала для параметра T по результатам опыта при доверительной вероятности $\gamma = 0,8$. Воспользоваться тем, что величина $2S/T$ имеет распределение χ^2 с $\nu = 2d$ степенями свободы. (5 баллов)

2. До наладки станка была проверена точность изготовления 10 втулок и найдено значение оценки дисперсии диаметра $S^2 = 9,6$ мкм². После наладки подверглись контролю еще 15 втулок и получено новое значение оценки дисперсии $S^2 = 5,7$ мкм². Можно ли считать, что в результате наладки станка точность изготовления деталей увеличилась? Принять $\alpha = 0,05$. Предполагается, что контролируемый размер имеет нормальный закон распределения. (5 баллов)

ВАРИАНТ 18

1. Произведен запуск 5 однотипных ракет, в результате которого получены такие значения дальности их полета (в км): 692,9; 695,7; 691,3; 693,6; 649,4. После доработки одного из блоков двигательной установки этого типа ракет запущены еще 4 ракеты, при этом получены следующие значения дальности полета (в км): 691,2; 696,2; 693,7; 695,4. Проверить гипотезу (с уровнем значимости $\alpha = 0,1$) о том, что доработка двигательной установки не привела к увеличению средней дальности полета ракет, предполагая, что рассеяние дальности не изменилось после доработки. (5 баллов)

2. На контрольных испытаниях 16 осветительных ламп были определены оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения их срока службы, которые оказались равными соответственно $\bar{X} = 3000$ ч и $S = 20$ ч. Считая, что срок службы каждой лампы является нормальной случайной величиной, определить значения границ доверительного интервала для среднего квадратичного отклонения при доверительной вероятности 0,9. (5 баллов)

ВАРИАНТ 19

1. Расстояние между двумя объектами определяется с помощью гамма-дальномера, точность которого характеризуется средним квадратичным отклонением 10 м. С интервалом 12 минут проведено две серии измерений. В первой серии при 5 измерениях получено среднее значение 832 м, во второй серии при 3 измерениях получено среднее значение 840 м. Предполагается, что ошибка измерения подчиняется нормальному закону. Можно ли объявить при уровне доверия $\alpha = 0,05$, что расхождение между средними результатами измерений каждой серии объясняется малым числом измерений, или есть основания полагать, что за время между сеансами дистанция между объектами увеличилась? (5 баллов)

2. На контрольных испытаниях 16 осветительных ламп были определены оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения их срока службы, которые оказались равными соответственно $\bar{X} = 3000$ ч и $S = 20$ ч. Считая, что срок службы каждой лампы является нормальной случайной величиной, определить значения границ доверительного интервала для математического ожидания при доверительной вероятности 0,9. (5 баллов)

ВАРИАНТ 20

1. На основании 20 отсчетов было установлено, что в среднем для выполнения операции требуется 1,5 мс, а оценка среднего квадратичного отклонения времени операции равна 2,1 мс. Полагая, что время операции подчиняется нормальному закону распределения, определить доверительные границы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения времени операции, отвечающих доверительным вероятностям 0,95 и 0,90 соответственно. (5 баллов)

2. В соответствии с техническими условиями среднее время безотказной работы для приборов из большой партии должно составлять не менее 1000 ч со средним квадратичным отклонением 100 ч. Выборочное среднее времени безотказной работы для случайно отобранных 20 приборов оказалось равным 970 ч. Предположим, что среднее квадратичное отклонение времени безотказной работы приборов в выборке совпадает со средним квадратичным отклонением во всей партии. Можно ли при уровне доверия $\alpha = 0,01$ считать, что вся партия приборов не удовлетворяет техническим условиям? Контролируемый признак имеет нормальный закон распределения. (5 баллов)

ВАРИАНТ 21

1. Из партии ракет с известной характеристикой рассеяния по дальности действия $\sigma = 1,6$ км испытывается 10 образцов, хранившихся длительный срок в полевых условиях. Есть ли основания полагать, что в результате хранения у этих ракет рассеяние по дальности действия возросло, если в результате испытаний получена оценка $\hat{\sigma} = 3,4$ км. Принять уровень значимости $\alpha = 0,05$. (5 баллов)

2. Даны результаты измерений постоянной величины (м): 9,9; 12,5; 10,3; 9,2; 6,0; 10,9; 10,3; 11,8; 11,6; 9,8; 14,0. Ошибки измерений распределены по нормальному закону, систематические ошибки отсутствуют. Определить: а) оценки измеряемой величины и среднего квадратичного отклонения; б) вероятность того, что абсолютное значение ошибки при определении истинного значения измеряемой величины меньше 2%. (5 баллов)

ВАРИАНТ 22

1. В результате пусков 10 ракет получены следующие значения боковых отклонений точек попадания от точки прицеливания (в км): 1,0; 0,2; 1,0; -0,1; -0,5; 5,0; -1,0; 3,0; 0,5; 1,0. Необходимо оценить среднее значение бокового отклонения и построить для него 99%-й доверительный интервал, считая случайное отклонение нормально распределенным. (5 баллов)

2. При 120 бросаниях кости шестерка выпала 40 раз. Согласуется ли этот результат с утверждением, что кость „правильная“ при уровне значимости $\alpha = 0,01$? (5 баллов)

ВАРИАНТ 23

1. Давление в баке с горючим измерено 8 раз манометром. Получены следующие данные (в Па): 3,25; 2,82; 3,07; 3,12; 2,93; 2,87; 3,09; 3,17. Считая, что ошибки измерений подчинены нормальному закону распределения, определить по этим результатам оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения давления в баке, а также построить для этих оценок 90%-й доверительный интервал. (5 баллов)

2. Утверждается, что шарики, изготовленные станком-автоматом, имеют средний диаметр $d_0 = 10$ мм. Используя односторонний критерий при $\alpha = 0,05$, проверить эту гипотезу, если в выборке из $n = 16$ шариков средний диаметр оказался равным 10,3 мм, а дисперсия известна и равна $\sigma^2 = 1$ мм². (5 баллов)

ВАРИАНТ 24

1. При помощи вольтметра, точность которого характеризуется средним квадратичным отклонением 0,2 В, произведено 10 измерений напряжения бортовой батареи. Среднее арифметическое результатов измерений, имеющих нормальный закон распределения, составляет 50,2 В. Найти интервал, который с вероятностью 0,95 „накроет“ истинное значение напряжения батареи. (5 баллов)

2. Давление в камере контролируется по двум манометрам. Для сравнения точности этих приборов одновременно фиксируются их показания. По результатам 10 замеров выборочные оценки (в единицах шкалы приборов) оказались следующими: $\bar{X} = 1573$, $\bar{Y} = 1671$, $S_x^2 = 0,72$, $S_y^2 = 0,15$. Используя односторонний критерий, проверить при уровне значимости $\alpha = 0,1$ гипотезу о равенстве дисперсий. (5 баллов)

ВАРИАНТ 25

1. Расстояние от станции слежения до точки падения ракеты определяется тремя различными способами: радиотехническим, акустическим и фототеодолитным. Средние квадратичные отклонения измерений этими способами равняются 120 м, а результаты измерений, имеющих нормальный закон распределения, равны 10500, 10700 и 10800 м соответственно. Найти значение оценки расстояния от станции слежения до точки падения ракеты, а также среднее квадратичное отклонение этой оценки, характеризующее точность ее определения с доверительной вероятностью $\gamma = 0,9$. (5 баллов)

2. Утверждается, что шарики, изготовленные станком-автоматом, имеют средний диаметр $d_0 = 10$ мм. Используя односторонний критерий при $\alpha = 0,05$, проверить эту гипотезу, если в выборке из $n = 16$ шариков средний диаметр оказался равным 10,3 мм, а оценка дисперсии, определенная по выборке, равна $S^2 = 1,21$ мм². Контролируемый размер имеет нормальное распределение. (5 баллов)

ВАРИАНТ 26

1. По результатам 25 измерений скорости v получена оценка дисперсии $\hat{\sigma}_v^2 = 5,8 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$. Построить 90%-й доверительный интервал для неизвестных величин — дисперсии σ_v^2 и среднего квадратичного отклонения μ_v , считая величину v распределенной по нормальному закону. (5 баллов)

2. В соответствии с техническими условиями среднее время безотказной работы для приборов из большой партии должно составлять не менее 1000 ч со средним квадратичным отклонением 100 ч. Выборочное среднее время безотказной работы для случайно отобранных 25 приборов оказалось равным 970 ч. Предположим, что среднее квадратичное времени безотказной работы для приборов в выборке совпадает со средним квадратичным во всей партии. Можно ли с уровнем значимости $\alpha = 0,1$ считать, что вся партия приборов не удовлетворяет техническим условиям? (5 баллов)

ВАРИАНТ 27

1. Оценка дисперсии нормально распределенной ошибки измерения гидротеодолита, вычисленная в результате обработки 20 измерений азимута неизвестного ориентировочного направления, оказалась равной 20 с. Найти доверительный интервал для дисперсии, отвечающий доверительной вероятности $\gamma = 0,8$. (5 баллов)

2. Давление в камере контролируется двумя манометрами. Для сравнения точности этих приборов одновременно фиксируются их показания. По результатам 10 замеров выборочные оценки (в единицах шкалы приборов) оказались следующими: $\bar{X} = 1573$; $\bar{Y} = 1671$; $S_x^2 = 0,72$; $S_y^2 = 0,15$. Используя двусторонний критерий, проверить при уровне значимости $\alpha = 0,1$ гипотезу о равенстве средних. Предполагается, что точность измерения давления двумя манометрами одинакова и контролируемый признак имеет нормальный закон распределения. (5 баллов)

ВАРИАНТ 28

1. Построить 90%-й доверительный интервал для вероятности попадания снаряда в цель, если после 220 выстрелов в цель попало 75 снарядов. (5 баллов)

2. В соответствии с техническими условиями среднее время безотказной работы для приборов из большой партии должно составлять не менее 1000 часов. Выборочное среднее и оценка среднего квадратичного отклонения, найденные по случайно отобраным 25 приборам, оказались равными $\bar{x} = 970$ ч, $S = 115$ ч. Можно ли на уровне значимости $\alpha = 0,01$ считать, что вся партия приборов не удовлетворяет техническим условиям? (5 баллов)

ВАРИАНТ 29

1. В результате 15 независимых измерений давления в топливном баке найдена оценка дисперсии давления, равная 0,2 Па. Построить доверительный интервал для дисперсии с доверительной вероятностью $\gamma = 0,8$, если математическое ожидание значения давления неизвестно. (5 баллов)

2. Точность станка-автомата, производящего некоторые детали, характеризуется дисперсией длины деталей. Если эта величина будет больше 400 мкм^2 , станок останавливается для наладки. Выборочная дисперсия длины 15 случайно отобранных деталей из продукции станка оказалась равной $S^2 = 680 \text{ мкм}^2$. При уровне значимости $\alpha = 0,1$ выяснить, нужно ли производить наладку станка. Контролируемый признак имеет нормальное распределение. (5 баллов)

ВАРИАНТ 30

1. Точность манометра характеризуется средним квадратичным отклонением 1 Па. В результате пяти измерений давления в пневмосистеме ракеты было определено среднее арифметическое значение давления, равное 150 Па. После шестимесячного хранения ракеты давление в пневмосистеме вновь трижды замерялось, в результате чего было определено среднее арифметическое значение, равное 148 Па. Проверить гипотезу о неизменности давления в пневмосистеме ракеты за время ее хранения. Считать, что случайные погрешности подчиняются нормальному закону распределения. Уровень значимости $\alpha = 0,05$. (5 баллов)

2. Из большой партии транзисторов одного типа были случайным образом отобраны и проверены 100 шт. Коэффициент усиления 36 транзисторов оказался меньше 10. Найти 95%-й доверительный интервал для доли таких транзисторов во всей партии. (5 баллов)