

Задача 1

По известным значениям z_1 и z_2 найти значения w_a, w_b, w_c

$$1. z_1 = 1 - i\sqrt{3}, z_2 = \sqrt{3} + i; \quad w_a = z_1\bar{z}_2, w_b = \left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2, w_c = \sqrt[3]{\bar{z}_2}.$$

$$2. z_1 = 1 + i, z_2 = 3 - i; \quad w_a = \bar{z}_1\bar{z}_2, w_b = \frac{z_1}{z_2^2}, w_c = \sqrt[4]{z_1^3}.$$

$$3. z_1 = 1 + i\sqrt{3}, z_2 = 2 - i\sqrt{3}; \quad w_a = \bar{z}_1z_2, w_b = \frac{z_1^2}{\bar{z}_2}, w_c = \sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}.$$

$$4. z_1 = 2 - 2i, z_2 = 1 + 3i; \quad w_a = \bar{z}_1z_2, w_b = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2, w_c = \sqrt[3]{(\bar{z}_1)^4}.$$

$$5. z_1 = 3 + 2i, z_2 = 2 + 2i; \quad w_a = z_1\bar{z}_2, w_b = \frac{(\bar{z}_1)^2}{z_2}, w_c = \sqrt[5]{(\bar{z}_2)^4}.$$

$$6. z_1 = 7 + i, z_2 = 3 - 3i; \quad w_a = \bar{z}_1(\bar{z}_2)^2, w_b = \frac{\bar{z}_1}{z_2}, w_c = \sqrt[3]{(\bar{z}_2)^2}.$$

$$7. z_1 = 5 - 5i, z_2 = 2 - i; \quad w_a = \bar{z}_1z_2^2, w_b = \left(\frac{z_1}{\bar{z}_2}\right)^2, w_c = \sqrt[4]{\bar{z}_1}.$$

$$8. z_1 = 4 + 4i, z_2 = 4 - 3i; \quad w_a = z_1z_2, w_b = \frac{\bar{z}_1}{z_2}, w_c = \sqrt[5]{(\bar{z}_1)^2}.$$

$$9. z_1 = 2 - 2i\sqrt{3}, z_2 = \sqrt{3} + 2i; \quad w_a = z_1z_2^2, w_b = \left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2, w_c = \sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}.$$

$$10. z_1 = 2\sqrt{3} + 2i, z_2 = 1 + i\sqrt{3}; \quad w_a = z_1(\bar{z}_2)^2, w_b = \frac{\bar{z}_2}{z_1}, w_c = \sqrt[5]{z_1^3}.$$

$$11. z_1 = -4 - 4i, z_2 = 3 + 2i; \quad w_a = z_1^2\bar{z}_2, w_b = \frac{z_2}{\bar{z}_1}, w_c = \sqrt[5]{(\bar{z}_1)^3}.$$

$$12. z_1 = -3 + 3i, z_2 = 2 + i; \quad w_a = z_2^3, w_b = \frac{z_1^2}{\bar{z}_2}, w_c = \sqrt[3]{\bar{z}_1}.$$

$$13. z_1 = 4 - 3i, z_2 = 1 + 7i; \quad w_a = z_1^2\bar{z}_2, w_b = \frac{z_2}{\bar{z}_1}, w_c = \sqrt{z_1z_2}.$$

$$14. z_1 = 5 - 12i, z_2 = 2 + 2i; \quad w_a = z_1(\bar{z}_2)^2, w_b = \frac{\bar{z}_1}{z_2^2}, w_c = \sqrt[4]{(\bar{z}_2)^3}.$$

$$15. z_1 = \frac{7 + 24i}{5}, z_2 = -5 + 5i; \quad w_a = z_1(\bar{z}_2)^2, w_b = \frac{z_2}{z_1}, w_c = \sqrt[3]{\bar{z}_2}.$$

$$16. z_1 = -3 - 4i, z_2 = -4 + 4i; \quad w_a = z_1\bar{z}_2, w_b = \left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2, w_c = \sqrt[3]{\frac{-\bar{z}_2}{2}}.$$

$$17. z_1 = 1 + i\sqrt{3}, z_2 = 2\sqrt{3} + 2i; \quad w_a = z_1^2\bar{z}_2, w_b = \frac{z_2}{\bar{z}_1}, w_c = \sqrt[3]{z_1z_2}.$$

$$18. z_1 = 2\sqrt{3} - 2i, z_2 = 3 - 3i\sqrt{3}; \quad w_a = \bar{z}_1z_2, w_b = \frac{z_1^2}{z_2}, w_c = \sqrt[4]{z_2^2}.$$

$$19. z_1 = 3\sqrt{3} + 3i, z_2 = 1 + i\sqrt{3}; \quad w_a = z_1(\bar{z}_2)^2, w_b = \frac{3z_2}{\bar{z}_1}, w_c = \sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}.$$

$$20. z_1 = -4 - 4i, z_2 = 2 + 3i; \quad w_a = \bar{z}_1z_2^2, w_b = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2, w_c = \sqrt[5]{(\bar{z}_1)^3}.$$

$$21. z_1 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}, z_2 = \sqrt{8} - i\sqrt{8}; \quad w_a = z_1^2\bar{z}_2, w_b = \frac{\bar{z}_2}{z_1}, w_c = \sqrt[3]{(\bar{z}_2)^2}.$$

$$22. z_1 = 4 + 3i, z_2 = 3 + 4i; \quad w_a = z_1\bar{z}_2, w_b = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2, w_c = \sqrt[4]{z_1z_2}.$$

$$23. z_1 = 7 + 24i, z_2 = 24 - 7i; \quad w_a = z_1\bar{z}_2, w_b = \left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right), w_c = \sqrt[5]{\frac{\bar{z}_1}{z_2}}.$$

$$24. z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 2i; \quad w_a = z_1(\bar{z}_2)^2, w_b = \left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2, w_c = \sqrt[4]{\frac{\bar{z}_2}{z_1}}.$$

$$25. z_1 = 3 + i, z_2 = 1 - 3i; \quad w_a = z_1^2\bar{z}_2, w_b = \frac{\bar{z}_2}{z_1}, w_c = \sqrt{z_1\bar{z}_2}.$$

26. $z_1 = 7 + i$, $z_2 = 1 + 7i$; $w_a = z_1 \bar{z}_2$, $w_b = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$, $w_c = \sqrt[4]{\frac{z_1}{z_2}}$.
27. $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 4 - 2i$; $w_a = z_1^2 z_2^2$, $w_b = \frac{z_1}{z_2}$, $w_c = \sqrt[3]{\frac{z_2}{z_1}}$.
28. $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = -4 + 3i$; $w_a = (\bar{z}_1 z_2)^2$, $w_b = \frac{z_2}{\bar{z}_1}$, $w_c = \sqrt{z_1 z_2}$.
29. $z_1 = 4 + 4i$, $z_2 = 2 - 2i$; $w_a = z_1 z_2^2$, $w_b = \frac{z_1^2}{\bar{z}_2}$, $w_c = \sqrt[3]{\frac{z_1}{z_2}}$.
30. $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = 2\sqrt{3} + 2i$; $w_a = z_1^2 \bar{z}_2$, $w_b = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$, $w_c = \sqrt[4]{z_2}$.

Задача 2

Заштриховать на рисунке область плоскости z , определяемую заданными неравенствами. Границы области, ей принадлежащие, вычертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными.

- | | |
|---|--|
| 1. $\begin{cases} z - 1 > 1; \\ z + 1 \geq 1. \end{cases}$ | 16. $\begin{cases} z - i \leq 1 + \operatorname{Im} z; \\ \arg z \leq \pi/4; \\ \operatorname{Im} z \leq 2. \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} z - 2 > 2; \\ z - 4 \leq 4. \end{cases}$ | 17. $\begin{cases} z^2 - 1 \leq 1; \\ \operatorname{Re} z > 0. \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} z - 1 > 2; \\ \operatorname{Re} z < 3; \\ -\pi/4 \leq \arg z \leq \pi/4. \end{cases}$ | 18. $\begin{cases} z - 1 - i \geq 1; \\ z - 1 + i \geq 1; \\ z - 1 < 1. \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} z - 2 \leq 1; \\ \operatorname{Re} z > 1, 5; \\ \operatorname{Im} z \geq -0, 5. \end{cases}$ | 19. $\begin{cases} z - 1 > 1 + \operatorname{Re} z; \\ z + 1 + z - 1 \leq 2\sqrt{2}. \end{cases}$ |
| 5. $\begin{cases} z \geq 1; \\ z + \sqrt{2} + z - \sqrt{2} < 2\sqrt{3}; \\ \operatorname{Im} z > 0. \end{cases}$ | 20. $\begin{cases} z^2 - 1 \geq 1; \\ z - \sqrt{2} < 2. \end{cases}$ |
| 6. $\begin{cases} z - 1 \leq 1 + \operatorname{Re} z; \\ \operatorname{Re} z < 2. \end{cases}$ | 21. $\begin{cases} z - i < 1 + \operatorname{Im} z; \\ z + i\sqrt{2} - z - i\sqrt{2} \leq 2. \end{cases}$ |
| 7. $\begin{cases} z + 2 - z - 2 \geq 2\sqrt{3}; \\ \operatorname{Re} z < 3; \\ \operatorname{Im} z \geq 0. \end{cases}$ | 22. $\begin{cases} z\bar{z} ^2 > \operatorname{Re}(z^2); \\ 0 \leq \arg z \leq \pi/4; \\ z - 1 \leq 1. \end{cases}$ |
| 8. $\begin{cases} z - 2 \leq 2; \\ z - 1 > 1; \\ z - 3 \geq 1; \\ \operatorname{Im} z \geq 0. \end{cases}$ | 23. $\begin{cases} z - 1 \leq 1 + \operatorname{Re} z; \\ z + 1 + z - 1 > 2\sqrt{2}. \end{cases}$ |
| 9. $\begin{cases} z + 2 - z - 2 \leq 2\sqrt{3}; \\ 0 < \arg z < \pi/6. \end{cases}$ | 24. $\begin{cases} z + i\sqrt{5} - z - i\sqrt{5} \leq 4; \\ \operatorname{arctg} 2 < \arg z < \pi - \operatorname{arctg} 2. \end{cases}$ |
| 10. $\begin{cases} z - i \geq 1 + \operatorname{Im} z > 0; \\ -2 \leq \operatorname{Re} z < 2. \end{cases}$ | 25. $\begin{cases} z\bar{z} ^2 < \operatorname{Im}(z^2); \\ \pi/4 \leq \arg z \leq \pi/2. \end{cases}$ |
| 11. $\begin{cases} z - 1 - i < \sqrt{2}; \\ \operatorname{Re} z \cdot \operatorname{Im} z \geq 1. \end{cases}$ | 26. $\{ z - 2 \leq \operatorname{Re} z < 2 - z \}$. |
| 12. $\begin{cases} z + \sqrt{2} - z - \sqrt{2} < 2; \\ z - 1 \leq 1. \end{cases}$ | 27. $\begin{cases} z + i\sqrt{3} - z - i\sqrt{3} \geq 2\sqrt{2}; \\ z + i\sqrt{3} + z - i\sqrt{3} < 4. \end{cases}$ |

$$13. \begin{cases} 0 \leq |z + \sqrt{2}| - |z - \sqrt{2}| \leq 2; \\ |z + \sqrt{3}| + |z - \sqrt{3}| < 4. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} |z - i| < \operatorname{Im} z + 1; \\ |z + 2| + |z - 2| \geq 2\sqrt{5}; \\ \operatorname{Im} z \leq 2. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} |z + \sqrt{2}| - |z - \sqrt{2}| \leq 2; \\ |z - 1| < 1 + \operatorname{Re} z; \\ \operatorname{Im} z \geq 0. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} |z - 1 - i| \leq 1; \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 2; \\ \arg z > \pi/4. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} |z\bar{z}|^2 \geq 2 \operatorname{Im}(z^2); \\ |z - 1 - i| < 1. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} |z + i\sqrt{3}| + |z - i\sqrt{3}| \geq 4; \\ |z| < 2; \\ \operatorname{Im} z \geq 0. \end{cases}$$

Задача 3

Вычислить указанные значения функций.

- | | | |
|---|--|--|
| 1. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + i\right), \ln(2 - 3i).$ | 2. $\operatorname{ch}\left(2 - \frac{\pi i}{2}\right), e^{2 + \frac{\pi i}{3}}.$ | 3. $\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2i\right), \ln(3 - 4i).$ |
| 4. $\operatorname{th}\left(1 - \frac{\pi i}{2}\right), e^{-1 - \frac{2\pi i}{3}}.$ | 5. $\cos\left(\frac{\pi}{6} + i\right), \ln(-3 + i).$ | 6. $\operatorname{sh}\left(1 + \frac{\pi i}{4}\right), e^{0,5 + \pi i}.$ |
| 7. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{3} - i\right), \ln(-2 - 2i).$ | 8. $\operatorname{ch}\left(1 + \frac{\pi i}{4}\right), e^{-0,5 - \frac{\pi i}{2}}.$ | 9. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + i\right), \ln(-5 + 12i).$ |
| 10. $\operatorname{cth}\left(-1 + \frac{\pi i}{3}\right), e^{-1 + \frac{\pi i}{3}}.$ | 11. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 3i\right), \ln(-4 - 3i).$ | 12. $\operatorname{sh}\left(2 - \frac{\pi i}{2}\right), e^{1 - \frac{\pi i}{4}}.$ |
| 13. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + 2i\right), \ln(-3 - 3i).$ | 14. $\operatorname{sh}\left(2 + \frac{\pi i}{4}\right), e^{-0,5 + \frac{3\pi i}{4}}.$ | 15. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 3i\right), \operatorname{Ln}(2 - 4i).$ |
| 16. $\operatorname{cth}\left(1 - \frac{\pi i}{4}\right), e^{0,1 + \frac{\pi i}{2}}.$ | 17. $\sin\left(\frac{\pi}{6} - i\right), \ln(-3 + i).$ | 18. $\operatorname{ch}\left(2 - \frac{\pi i}{6}\right), e^{2(1+i)}.$ |
| 19. $\operatorname{th}\left(1 + \frac{\pi i}{3}\right), \operatorname{Ln}\left(\frac{1+i}{1-i}\right).$ | 20. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2i\right), e^{\frac{\pi(1-i)}{2}}.$ | 21. $\operatorname{ch}(2 - \pi i), \operatorname{Ln}\left(\frac{2-i}{2+i}\right).$ |
| 22. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + 2i\right), e^{-(1+2i)\frac{\pi}{2}}.$ | 23. $\operatorname{sh}\left(\frac{1+\pi i}{2}\right), \ln\left(\frac{1+2i}{-1+2i}\right).$ | 24. $\cos\left(\frac{\pi+2i}{2}\right), e^{-1 - \frac{3\pi i}{4}}.$ |
| 25. $\operatorname{cth}(2 - \pi i), \operatorname{Ln}(5 - 12i).$ | 26. $\sin\left(\frac{\pi}{4} + i\right), e^{2 + \frac{\pi i}{3}}.$ | 27. $\operatorname{sh}\left(2 + \frac{\pi i}{4}\right), \operatorname{Ln}(24 - 7i).$ |
| 28. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + 2i\right), e^{-2 + \frac{\pi i}{6}}.$ | 29. $\operatorname{ch}\left(1 - \frac{\pi i}{3}\right), \ln(3 + 4i).$ | 30. $\cos\left(\frac{\pi}{3} - i\right), e^{1,5 + \frac{\pi i}{2}}.$ |

Задача 4

Проверить, будет ли аналитической заданная функция.

- | | | | |
|--|---|--|--|
| 1. $\frac{1}{1+z}.$ | 9. $e^{(\bar{z})^2}.$ | 17. $\frac{1}{\bar{z}-1}.$ | 24. $z\bar{z}.$ |
| 2. $\sin\left(z + \frac{\pi}{4}\right).$ | 10. $\cos\left(z - \frac{\pi}{4}\right).$ | 18. $(1 + \bar{z})^3.$ | 25. $\frac{\bar{z}}{z}.$ |
| 3. $\ln(1+z).$ | 11. $e^{\bar{z}-1}.$ | 19. $\sin\left(2\bar{z} + \frac{\pi}{4}\right).$ | 26. $\sin 2z.$ |
| 4. $\frac{1}{1+\bar{z}}.$ | 12. $\frac{1}{1-z}.$ | 20. $\ln \frac{\bar{z}}{z}.$ | 27. $\operatorname{ch} \frac{z}{2}.$ |
| 5. $\operatorname{ch}(\bar{z} - 2).$ | 13. $\ln(\bar{z} - 1).$ | 21. $z^2 + (\bar{z})^2.$ | 28. $\ln(z - 1).$ |
| 6. $\ln(1 + \bar{z}).$ | 14. $e^{z^2}.$ | 22. $z + \frac{1}{z}.$ | 29. $1 - \frac{1}{z}.$ |
| 7. $\operatorname{sh}(z + 1).$ | 15. $z + 1.$ | 23. $\bar{z} + \frac{1}{z}.$ | 30. $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}.$ |
| 8. $e^{1+z}.$ | 16. $1 + \frac{1}{\bar{z}}.$ | | |

Задача 5

Установить, может ли данная функция служить вещественной или мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убе-

даться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. Ниже через $u(x, y)$ обозначена вещественная часть искомой аналитической функции, а через $v(x, y)$ — мнимая часть.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $u(x, y) = \sin y \operatorname{ch} x.$ | 11. $u(x, y) = e^{-2x} \sin 2y.$ | 21. $v(x, y) = \frac{x}{(x^2 + y^2)}.$ |
| 2. $v(x, y) = \cos y \operatorname{ch} x.$ | 12. $v(x, y) = \operatorname{sh} 2x \cos 2y.$ | 22. $v(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}.$ |
| 3. $v(x, y) = e^x \operatorname{ch} y.$ | 13. $v(x, y) = \operatorname{ch} 2x \cos 2y.$ | 23. $u(x, y) = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}.$ |
| 4. $u(x, y) = e^{-x} \sin y.$ | 14. $v(x, y) = \operatorname{sh} 3x \sin 3y.$ | 24. $u(x, y) = 3x^2y - y^3.$ |
| 5. $v(x, y) = e^y \sin x.$ | 15. $u(x, y) = e^{2y} \sin 2x.$ | 25. $u(x, y) = -\frac{x}{x^2 + y^2}.$ |
| 6. $u(x, y) = e^{-y} \cos x.$ | 16. $v(x, y) = e^{-2y} \cos 2x.$ | 26. $v(x, y) = e^{2x} \cos 2y.$ |
| 7. $u(x, y) = e^y \operatorname{sh} x.$ | 17. $u(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$ | 27. $v(x, y) = -e^{x/2} \sin \frac{y}{2}.$ |
| 8. $v(x, y) = \operatorname{sh} y \sin x.$ | 18. $v(x, y) = -\ln(x^2 + y^2).$ | 28. $u(x, y) = \operatorname{sh} \frac{x}{2} \sin \frac{y}{2}.$ |
| 9. $v(x, y) = \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y.$ | 19. $v(x, y) = x^3 - 3xy^2.$ | 29. $u(x, y) = e^{x-y}.$ |
| 10. $u(x, y) = -\operatorname{sh} x \sin y.$ | 20. $u(x, y) = \frac{y}{(x^2 + y^2)}.$ | 30. $v(x, y) = -\frac{y}{x^2 + y^2}.$ |

Задача 6

Определить круг сходимости заданного степенного ряда. Выяснить, сходится ли ряд в заданной точке z_1, z_2, z_3 (если сходится, то как: абсолютно или условно). Сделать рисунок.

Вар.	Ряд	z_1	z_2	z_3
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{2n-1}}{2^n(n+\ln n)}$	$2i$	$3i$	$\sqrt{2}+i$
2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-i)^{2n}}{3^n(n^2+n\ln n)}$	0	$\sqrt{3}-1+i$	$2+i$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-1-i)^n}{2^n(n+1)\ln(n+1)}$	0	$3+i$	$1+3i$
4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^{2n-1}}{(n+1)^2\ln(n+1)}$	0	$3i$	$1+2i$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^n}{2^n(n+1)\ln^2(n+1)}$	0	$1+2i$	-1
6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2/3)^n(z-1+i)^n}{n+\sin(n\pi/2)}$	0	$\frac{5}{2}-i$	$1+\frac{i}{2}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3/4)^n(z+2i)^{2n}}{\sqrt{n+\ln n}}$	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}-2i$	$\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-2\right)i$
8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2i)^n(n+1+\operatorname{arctg} z)}$	0	$3i$	$2+i$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1+2i)^{2n}}{(4i)^n(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}$	0	$1-2i$	-1
10	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-2+i)^{2n+1}}{3^n((n+1)^2+\ln^2(n+1))}$	0	$2+\sqrt{2}$	$2+i(\sqrt{3}-1)$
11	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^n}{(2i)^n\sqrt{(n+1)^3+2n\ln n}}$	0	$1+2i$	$-1+4i$
12	$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n \frac{(z-2i)^n}{n+1+\sin n\alpha}$	1	$\frac{2}{3}+2i$	$\frac{8}{3}i$

Вар.	Ряд	z_1	z_2	z_3
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2i)^n(z+1)^{2n}}{\sqrt{n+1} + \arcsin(1/n)}$	0	$-1 + \frac{i}{\sqrt{2}}$	$-\frac{3}{2}$
14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n(z+3i)^n}{3^n(n^2+1)}$	0	$3-3i$	i
15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-1+i)^{2n}}{4^n n \sqrt{n+1}}$	0	$3-i$	$1+i$
16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2+2i)^n}{3^n \sqrt{n^3+1}}$	0	$2+i$	$-1-3i$
17	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(z+1+i)^{2n}}{9^n \sqrt{n+1}}$	0	$2-i$	$-1+2i$
18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-i\sqrt{2})^{2n}}{2^n \sqrt[3]{n^2+n} \ln n}$	0	$\sqrt{2}(1+i)$	1
19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+i\sqrt{3})^{2n-1}}{3^n(n+1) \ln^{3/2}(n+1)}$	0	$\sqrt{3}(1-i)$	-1
20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-1+i)^{2n-1}}{2^n(n+1) \ln(n+1)}$	0	$1+i$	$1-2i$
21	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n(z+1+i/2)^n}{2^n(n+1) \sqrt{\ln(n+1)}}$	0	$-1 + \frac{3}{2}i$	$1-i/2$
22	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-2+3i)^{2n}}{4^n(n+1 + \ln^2(n+1))}$	$2-i$	$4-3i$	$1-2i$
23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^{2n-1}}{5^n(n+1) \ln^3(n+1)}$	0	$1+i$	1
24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-2+2i)^n}{3^n(1+1/n)^n}$	0	$-1-2i$	$5-i$
25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n n^2(z+3-i)^n}{3^n \ln(n+1)}$	0	$-3-2i$	$-1+i$
26	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)(z-2)^{2n}}{2^n(1+\sin^2 n\alpha)}$	0	$2+\sqrt{2}$	$2+i$
27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+\ln n)(z-1+i)^{2n}}{2^n}$	0	1	$1+\sqrt{2}-i$
28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \ln(n+1)(z-1)^{2n-1}}{3^n}$	$1+\sqrt{3}$	$1+i\sqrt{3}$	0
29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z+2i)^n 2^{2n}}{3^n(n+\sqrt{n})}$	0	$\frac{3}{4}-2i$	$-\frac{5}{4}i$
30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n(z-i\sqrt{2})^{2n}}{2^n \sqrt{n^2+1}}$	0	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{3}+i\sqrt{2}$

Задача 7

Найти все разложения заданной функции $f(z)$ по степеням $z - a$ и указать области этих разложений.

Замечания. 1. Для многозначной функции $\sqrt[3]{z}$ рассматривается та ее ветвь, которая на положительной части действительной оси принимает действительные значения.

2. Для многозначной функции $\operatorname{arctg} z$ рассматривается та ее ветвь, которая на положительной части действительной оси принимает действительные значения. При этом имеет место

$$\operatorname{arctg} z = \int_0^z \frac{dz}{1+z^2} = \frac{\pi}{2} + \int_{\infty}^z \frac{dz}{1+z^2}.$$

1. $f(z) = \frac{1}{z^2(z-1)}$ по степ. $(z-1)$.
2. $f(z) = \frac{z}{z^2-5z+4}$ по степ. $(z-2)$.
3. $f(z) = \frac{z+2}{(z^2+2z+5)^2}$ по степ. $(z+1)$.
4. $f(z) = \frac{\sin z}{z-\pi/4}$ по степ. $(z-\pi/4)$.
5. $f(z) = \frac{z-1}{\sqrt[3]{z^3-3z^2+3z}}$ по степ. $(z-1)$.
6. $f(z) = \frac{1}{z(z^2-1)}$ по степ. $(z+1)$.
7. $f(z) = \frac{z+4}{(z^3+6z^2+12z)^2}$ по степ. $(z+2)$.
8. $f(z) = \frac{1}{\sqrt[3]{(16-12z+6z^2-z^3)^2}}$ по степ. $(z-2)$.
9. $f(z) = \frac{z}{(z^2-4)^2}$ по степ. $(z-2)$.
10. $f(z) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z}$ по степ. (z) .
11. $f(z) = \operatorname{arctg} z$ по степ. (z) .
12. $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+2)^3}$ по степ. $(z+1)$.
13. $f(z) = \frac{\cos z}{(z+\pi/4)^2}$ по степ. $(z+\pi/4)$.
14. $f(z) = (z-1)^2 \sin^2 \frac{1}{z-1}$ по степ. $(z-1)$.
15. $f(z) = \frac{\sin z}{(z-3\pi/4)^3}$ по степ. $(z-3\pi/4)$.
16. $f(z) = \left(\frac{\sin z}{z}\right)^3$ по степ. (z) .
17. $f(z) = \frac{z}{\sqrt[3]{z^3+3z^2+3z}}$ по степ. $(z+1)$.
18. $f(z) = \frac{z}{(z^2-1)^3}$ по степ. $(z+1)$.
19. $f(z) = \frac{\sqrt[3]{7+3z-3z^2+z^3}}{z-1}$ по степ. $(z-1)$.
20. $f(z) = \frac{1}{z(z^2-4)}$ по степ. $(z+2)$.
21. $f(z) = \frac{\sin^2 z}{(z-\pi/8)^2}$ по степ. $(z-\pi/8)$.
22. $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z^2+4)}$ по степ. (z) .
23. $f(z) = \frac{\cos^2 z}{(z+\pi/8)^2}$ по степ. $(z+\pi/8)$.
24. $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z^2-4)}$ по степ. (z) .
25. $f(z) = \frac{1}{1+z+z^2}$ по степ. (z) .
26. $f(z) = \frac{1}{z+1} \cos^2 \frac{1}{z+1}$ по степ. $(z+1)$.
27. $f(z) = \left(\frac{\cos z}{z}\right)^3$ по степ. (z) .
28. $f(z) = \frac{1}{1-z+z^2}$ по степ. (z) .
29. $f(z) = \frac{z+2}{(z^3+3z^2+3z)^2}$ по степ. $(z+1)$.
30. $f(z) = \frac{z}{(z^2-2z)^3}$ по степ. $(z-1)$.

Задача 8

Найти все особые точки заданной функции $f(z)$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней.

1. $f(z) = \frac{e^z}{(z^2+\pi^2)^2}$.
2. $f(z) = \frac{\operatorname{sh} z}{(z^2+\pi^2)^2}$.
3. $f(z) = \frac{\sin z}{(z^2-\pi^2)^2}$.
4. $f(z) = \frac{\operatorname{ch} z}{(z^2+\pi^2)^3}$.
5. $f(z) = \frac{\cos z}{(z^2-\pi^2)^3}$.
6. $f(z) = \frac{z^2+4}{(z^2+3z+2)^2}$.
7. $f(z) = \frac{(z+1)^2}{(z^2-3z+2)^2}$.
8. $f(z) = \frac{e^{iz}}{(z^2-\pi^2)^2}$.
9. $f(z) = z^3 e^{-1/z^2}$.
10. $f(z) = z^3 \cos \frac{1}{z^2}$.
11. $f(z) = z^5 \sin \frac{1}{z^2}$.
12. $f(z) = \frac{e^{1/z}}{1-z}$.
13. $f(z) = \frac{1}{1-z} \sin \frac{1}{z}$.
14. $f(z) = \frac{1}{1+z} \operatorname{sh} \frac{1}{z}$.
15. $f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} e^{1/z}$.
16. $f(z) = \frac{1}{1-z^2} e^{1/z}$.
17. $f(z) = \frac{1}{1+z^2} \sin \frac{1}{z}$.
18. $f(z) = \frac{z}{1-z^2} \operatorname{ch} \frac{1}{z}$.
19. $f(z) = \frac{z}{1+z^2} \cos \frac{1}{z}$.
20. $f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} \operatorname{sh} \frac{1}{z}$.
21. $f(z) = \frac{1}{(1+z)^2} \cos \frac{1}{z}$.
22. $f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} \sin \frac{1}{z}$.
23. $f(z) = \frac{1}{z(1-z^2)} \cos \frac{1}{z}$.
24. $f(z) = \frac{1}{z(1+z^2)} \operatorname{ch} \frac{1}{z}$.
25. $f(z) = \frac{1}{1+z^2} \operatorname{sh} \frac{1}{z}$.
26. $f(z) = \frac{z}{1-z} \sin \frac{1}{z}$.
27. $f(z) = \frac{1}{z(1+z)} \cos \frac{1}{z}$.
28. $f(z) = \frac{1}{1+z} \operatorname{ch} \frac{1}{z}$.
29. $f(z) = \frac{1}{z(1-z)} \operatorname{sh} \frac{1}{z}$.
30. $f(z) = \frac{z}{1+z} e^{-1/z}$.

Задача 9

Вычислить интеграл.

1. $\oint_C \frac{dz}{(z^2+1)^2}, \quad C: |z+i|=1.$
2. $\oint_C \frac{dz}{(z^2-1)^3}, \quad C: |z-1|=1.$
3. $\oint_C \frac{(z^2+1)}{z^3+1} dz, \quad C: |z|=2.$
4. $\oint_C z^2 e^{-1/z} dz, \quad C: |z|=1.$
5. $\oint_C z^2 \operatorname{sh} \frac{1}{z} dz, \quad C: |z|=2.$
6. $\oint_C z \cos \frac{1}{z} dz, \quad C: |z|=2.$
7. $\oint_C \frac{(z^3+1) dz}{(z^2+1)^2}, \quad C: |z|=2.$
8. $\oint_C \frac{e^z dz}{(z^2-1)^2}, \quad C: |z+1|=1.$
9. $\oint_C \frac{e^{iz} dz}{z^2+1}, \quad C: |z|=2.$
10. $\oint_C \frac{\operatorname{ch} z dz}{(z^2+\pi^2)^2}, \quad C: |z-\pi i|=\pi.$
11. $\oint_C \frac{\sin z dz}{(z^2-\pi^2/4)^2}, \quad C: |z-\pi/2|=1.$
12. $\oint_C \frac{\ln z dz}{(z^2+1)^2}, \quad C: |z-i|=0,5.$
13. $\oint_C \frac{\ln(z+1) dz}{(z^2-1)^2}, \quad C: |z-1|=1.$
14. $\oint_C \frac{e^{-z} dz}{z(z-1)^3}, \quad C: |z-1|=2.$
15. $\oint_C \frac{\cos z dz}{z^2(z-\pi)^2}, \quad C: |z-\pi|=4.$
16. $\oint_C \frac{(z+2)^2 e^z \sin \pi z dz}{z-2}, \quad C: |z-2|=1.$
17. $\oint_C \frac{z^3 dz}{(z+1)^3(z-2)}, \quad C: |z-2|=2.$
18. $\oint_C \frac{(z^2+1) dz}{z^2(z+2)^2}, \quad C: |z|=1.$
19. $\oint_C \frac{z^3 dz}{(z-1)^3(z+2)}, \quad C: |z-1|=2.$
20. $\oint_C \frac{e^{iz} z dz}{z^2+1}, \quad C: |z-i|=1.$
21. $\oint_C \frac{e^{-iz}(1-z^2) dz}{1+z^2}, \quad C: |z+i|=1.$
22. $\oint_C \frac{\operatorname{sh} z dz}{(z^2+\pi^2)^2}, \quad C: |z-\pi i|=\pi.$
23. $\oint_C \frac{\sin^2 z dz}{(z^2-\pi^2/4)^2}, \quad C: |z+\pi/2|=1.$
24. $\oint_C \frac{\operatorname{tg} z dz}{(z-\pi/4)^3}, \quad C: |z-\pi/4|=0,5.$
25. $\oint_C \frac{\operatorname{ch} \pi z dz}{(z^2+1)^3}, \quad C: |z-i|=1.$
26. $\oint_C \frac{\ln(1+z) dz}{(z^2-1)^3}, \quad C: |z-1|=1.$
27. $\oint_C \frac{e^z \ln(z+1) dz}{(z-1)^2}, \quad C: |z-1|=1.$
28. $\oint_C \frac{dz}{(z^4-16)^2}, \quad C: |z-2i|=2.$
29. $\oint_C \frac{\operatorname{th}(\pi z/4) dz}{(z^2+1)^2}, \quad C: |z-i|=0,5.$
30. $\oint_C \frac{e^{iz} \cos z dz}{(z-\pi)^3}, \quad C: |z-\pi|=\pi.$