

Вопросы для подготовки

1. Дайте определение трансцендентной функции e^z и укажите ее основные свойства.
2. Дайте определения трансцендентных функций $\cos z$, $\sin z$ и укажите их основные свойства.
3. Дайте определения трансцендентных функций $\operatorname{ch} z$, $\operatorname{sh} z$ и укажите их основные свойства.
4. Дайте определения трансцендентных функций $\ln z$, $\operatorname{Ln} z$ и укажите их основные свойства.
5. Дайте определение дифференцируемой функции комплексного переменного и сформулируйте необходимые и достаточные условия дифференцируемости.
6. Дайте определение аналитической функции (в точке и в области). Запишите интегральную формулу Коши.
7. Что понимают под интегралом от функции комплексного переменного и какими свойствами он обладает?
8. Сформулируйте теорему Коши для одно- и многосвязных областей.
9. Сформулируйте теорему Тейлора для аналитической функции.
10. Что называют нулем аналитической функции порядка m ? Как определить порядок нуля аналитической функции по ее разложению в ряд Тейлора?
11. Какую изолированную особую точку называют устранимой? Сформулируйте необходимое и достаточное условие для устранимой особой точки.
12. Какую изолированную особую точку называют полюсом порядка m ? Сформулируйте необходимое и достаточное условие для полюса порядка m .
13. Какую изолированную особую точку называют существенно особой? Сформулируйте необходимое и достаточное условие для существенно особой точки.
14. Опишите классификацию конечных изолированных особых точек аналитических функций по виду ряда Лорана.
15. Опишите классификацию бесконечно удаленных особых точек аналитических функций по виду ряда Лорана.
16. Что называют вычетом аналитической функции в конечной изолированной особой точке? Как можно найти вычет аналитической функции для различных типов изолированных особых точек?
17. Сформулируйте основную теорему о вычетах.
18. Дайте определение вычета аналитической функции аналитической функции в бесконечно удаленной точке. Как можно вычислить такой вычет?
19. Сформулируйте теорему о сумме вычетов в \mathbb{C} .

Типовые задачи

1. Найти все разложения функции $f(z) = \frac{1}{z^2 - 1}$ по степеням $z + 2$. (2 балла)
2. Найдите все особые точки аналитической функции $f(z) = \frac{\cos z - 1}{z^2(z + \pi)}$ и определите их характер. (2 балла)
3. Вычислите интеграл $\oint_{|z|=5} \frac{z^2}{z^3 + 1} dz$. (3 балла)
4. Вычислите интеграл $\oint_{|z|=1} \frac{z dz}{1 - 4 \sin^2 z}$. (3 балла)