

Вариант 1

Задача 1 (2 балла). Игральную кость бросают до тех пор, пока цифра 6 не выпадет дважды (не обязательно подряд). Случайная величина X равна числу потребовавшихся для этого бросаний. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \text{ или } x > 4; \\ 2(x-1)/3, & 1 < x < 2; \\ a(x-4), & 2 < x < 4. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(2, 3)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt{x} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a(x+1)$ при $x \in (-1, 2)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Математическое ожидание числа солнечных дней в году для определённой местности равно 150 дням. Найти вероятность того, что в данном году здесь будет не менее 200 солнечных дней. Как изменится искомая вероятность, если будет известно, что среднее квадратическое отклонение числа солнечных дней равно 10?

Вариант 2

Задача 1 (2 балла). Эксперимент состоит в извлечении наудачу карты из колоды. Извлеченная карта затем возвращается в колоду, и колода перетасовывается. Эксперимент продлится до появления первого короля. Случайная величина X равна количеству проводимых экспериментов. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > 3; \\ 2x/3, & 0 < x < 1; \\ a(3-x), & 1 < x < 3. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(1, 2)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < x^3 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a(2-x)$ при $x \in (-1; 2)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Математическое ожидание годового количества осадков для данной местности равно 600 мм. Каково минимальное количество осадков за год с вероятностью, не превышающей величины 0,8?

Вариант 3

Задача 1 (2 балла). Вероятность получить клок шерсти с наудачу взятой паршивой овцы составляет 0.1. Из стада случайным образом выбирают 4 паршивые овцы. Случайная величина X равна количеству полученных с них клоков шерсти. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \text{ или } x > 3; \\ (x+1)/6, & -1 < x < 2; \\ a(3-x), & 2 < x < 3. \end{cases}.$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(0, 2)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < \sqrt[3]{x} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = ax$ при $x \in (-1; 2)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Ежегодная потребность в электроэнергии для НИИ составляет и среднем 500 кВт.ч. Какой расход электроэнергии можно в любой день недели с вероятностью не менее 0,85? Как изменится ответ задачи, если будет известно, что значение среднего квадратичного отклонения ежегодного расхода электроэнергии составит 50 кВт.ч? (Институт потребляет энергию 365 дней в году).

Вариант 4

Задача 1 (2 балла). В урне находится один белый шар и два черных. Испытание состоит в извлечении шара из урны, который после определения его цвета возвращается в урну. Испытания прекращаются после второго появления белого шара. Случайная величина X равна количеству проведенных испытаний. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \text{ или } x > 5; \\ 1/2, & 2 < x < 3; \\ a(5-x)/2, & 3 < x < 5. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(3, 4)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < 1 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} axy^3, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a(3-x)$ при $x \in (-2; 3)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Математическое ожидание скорости ветра на высоте 10 км равно 30 км/ч, а среднее квадратичное отклонение 5 км/ч. Какую скорость ветра на этой высоте можно ожидать с вероятностью не меньшей 0,85 ?

Вариант 5

Задача 1 (2 балла). Вероятность того, что случайно вбранный пассажир электропоезда Москва – Тула везет с собой самовар, равна 0.5. Наудачу выбираются 4 пассажира указанного поезда. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые везут с собой самовар. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \text{ или } x > 5; \\ 1/2, & 2 < x < 3; \\ a(5-x)/2, & 3 < x < 5. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(3, 4)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x^3} < y < x \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a(x+1)$ при $x \in (-2; 3)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Генератор обеспечивает выходное напряжение, которое может отклоняться от номинального на значение, не превышающее 1В, с вероятностью 0,95. Какие значения дисперсии выходного напряжения можно ожидать ?

Вариант 6

Задача 1 (2 балла). На прилавке стоят 4 включенных телевизора, о одном из которых спрятался Заяц. Чтобы обнаружить его, нужно выключить соответствующий телевизор. Волк начинает наудачу выключать телевизоры, пока не обнаружит Зайца. Случайная величина X равна количеству выключенных телевизоров. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \text{ или } x > 4; \\ 2/9, & -1 < x < 3; \\ a(x-4), & 3 < x < 4. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(2, 3)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt{x} < y < 1 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = ax$ при $x \in (-2; 3)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Математическое ожидание суточного расхода воды в лаборатории составляет 10 м^3 . Оценить вероятность того, что в некоторый день расход воды будет находиться в интервале $8 - 12 \text{ м}^3$, если среднее квадратическое отклонение суточного расхода составит 1 м^3 ?

Вариант 7

Задача 1 (2 балла). Людоед может превращаться в разных зверей, при этом в мышь он превращается с вероятностью 0.2. Людоед демонстрирует свое искусство Коту в сапогах. Как только Людоед превращается в мышь, Кот в сапогах съедает его. Случайная величина X равна количеству превращений. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \text{ или } x > 2; \\ 1/3, & -2 < x < 0; \\ a(2-x)/2, & 0 < x < 2. \end{cases}.$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(-1, 0)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < x^4 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} axy^3, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = ax$ при $x \in (-3; 1)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Используя неравенство Чебышёва, оценить вероятность того, что частота появления грани с номером 6 при бросании правильной игральной кости 200 раз отклонится от вероятности её появления не более, чем на 0,05. Найденный ответ сравнить с результатом, полученным с помощью интегральной теоремы Муавра — Лапласа.

Вариант 8

Задача 1 (2 балла). Вероятность того, что мужик перекрестится раньше, чем грянет гром, равна 0.02. Четыре мужика прогуливались в поле на кануне грозы. И тут грянул гром. Случайная величина X равна количеству мужиков, перекрестившихся до того, как грянул гром. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \text{ или } x > 1; \\ (x+2)/3, & -2 < x < 0; \\ a(1-x)/2, & 0 < x < 1. \end{cases}.$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(-1, 0)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^4, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (0; \pi)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \sin X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Используя неравенство Чебышёва, оценить вероятность того, что частота появления грани с чётным номером при бросании правильной игральной кости отклонится от вероятности её появления по абсолютной величине не более, чем на 0,01, если будет произведено 10000 испытаний. сравнить найденные значения с результатами, полученными с помощью интегральной теоремы Муавра — Лапласа.

Вариант 9

Задача 1 (2 балла). Вероятность того, что женщина кричавшая “ура”, бросит в воздух чепчик, равна 0.7. Четыре женщины кричат “ура”. Случайная величина X равна количеству брошенных в воздух чепчиков. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \text{ или } x > 7; \\ 2/5, & 3 < x < 4; \\ a(7-x)/3, & 4 < x < 7. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(4, 5)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < 1 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \sin X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Произведено 200 измерений некоторой случайной величины. Известно, что дисперсия измерения для каждой случайной величины не превосходит 4. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий не превзойдет 0,2.

Вариант 10

Задача 1 (2 балла). Вероятность того, что письмо адресованное на деревню дедушке Константину Макарычу, будет представлено адресанту, равна 0.03. Ванька отправил 4 таких письма. Случайная величина X равна количеству писем, полученных дедушкой. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \text{ или } x > 1; \\ (x+2)/3, & -2 < x < 0; \\ a(1-x)/2, & 0 < x < 1. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(0, 1)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^2 < y < \sqrt{x} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Имеются две независимые случайные величины X и Y , плотности распределения которых имеют вид $p_X(x) = ax^2$ при $x \in (0; 1)$; $p_X(x) = 0$ при $x \notin (0; 1)$; $p_Y(y) = by$ при $y \in (0; 1)$; $p_Y(y) = 0$ при $y \notin (0; 1)$. Требуется определить коэффициенты a и b ; для случайной величины $Z = X + Y$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, функцию распределения и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Чтобы определить среднее сопротивление n - p перехода транзистора, в партии из 50 одинаковых коробок проверено по одному транзистору из каждой коробки. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического значения сопротивления $n - p$ перехода в выбранной совокупности от среднего значения во всей партии не превзойдет 10 ом, если среднее квадратичное отклонение значения сопротивления $n - p$ перехода не превышает 6 ом.

Вариант 11

Задача 1 (2 балла). Касим, проникший в сокровищницу сорока разбойников, забыл заклинание, открывающее волшебную дверь. Пытаясь выйти на свободу, он произносит перед дверью различные приходящие на ум слова. Требуемое слово может прийти на ум с вероятностью 0.1. Случайная величина X равна количеству произнесенных Касимом слов (после того, как дверь открывается, Касим умолкает). Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > 3; \\ 2x/5, & 0 < x < 1; \\ a, & 1 < x < 3. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(1/2, 1)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < \sqrt[4]{x} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (-\pi; \frac{\pi}{2})$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \sin X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). За значение некоторой величины принимают среднее арифметическое 500 измерений. Предполагая, что среднее квадратичное отклонение возможных результатов каждого измерения не превосходит 0,5, оценить вероятность того, что отклонение найденного таким образом значения величины от истинного не превосходит 0,2.

Вариант 12

Задача 1 (2 балла). На полке 4 книги, одна из которых – “Краткий курс теории вероятностей”, остальные книги не имеют отношения к теории вероятностей. Студент, желающий подготовиться к экзамену по теории вероятностей, берет наудачу книги с полки (по одной), пока не возьмет нужную. Случайная величина X равна количеству взятых книг. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \text{ или } x > 3; \\ a(x^2 - 2x - 3), & -1 < x < 3. \end{cases}$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(0, 1)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < x^2 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (0; \frac{3\pi}{2})$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \sin X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). В конденсаторе с вероятностью 0,01 возможен дефект диэлектрика и, независимо от первого, с вероятностью 0,005 дефект корпуса. Проверена партия в 1000 конденсаторов. В каких границах с вероятностью 0,997 заключается число бракованных конденсаторов? решить задачу, используя неравенство Чебышёва и интегральную теорему Муавра — Лапласа.

Вариант 13

Задача 1 (2 балла). По мишени ведется стрельба до первого попадания. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0.3. Случайная величина X равна количеству произведенных выстрелов. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \text{ или } x > 7; \\ 2(x-3)/7, & 3 < x < 4; \\ a, & 4 < x < 7. \end{cases}.$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(7/2, 4)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt[4]{x} < y < 1 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} axy^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (-2; 1)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2 + 2X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Пусть ξ_1 – число выпадений герба при 10 подбрасываниях монеты, а ξ_2 – число выпавших очков на грани тетраэдра (грани перенумерованы числами 1,2,3,4) при его однократном подбрасывании. Оценить вероятность осуществления неравенства $\xi_1 + \xi_2 < 10$. Решить задачу, используя 1-е и 2-е неравенства Чебышёва.

Вариант 14

Задача 1 (2 балла). В первой урне два белых шара и один черный, во второй – один белый. Из наудачу выбранной урны извлекается шар. Цвет его записывается, а сам шар возвращается обратно в урну. Извлечение прекращаются после появления второго белого шара. Случайная величина X равна количеству извлечений шаров. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \text{ или } x > 4; \\ a(x^2 - 5x + 4), & 1 < x < 4. \end{cases}$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(2, 3)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt[3]{x^2} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ay^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (-1; 2)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2 - 2X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Стрелок поражает мишень с вероятностью 0,9. Какова вероятность того, что при 100 выстрелах число попаданий будет не менее 85 и не более 95?

Вариант 15

Задача 1 (2 балла). В шахматном кабинете железнодорожного клуба, куда проник И.М. Воробьянинов, стоят 4 стула. В одном из стульев находятся запрятанные буржуазией драгоценности. Воробьянинов вспарывает ножом сиденья стульев, пока не найдет драгоценности. Случайная величина X равна количеству испорченных стульев. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \text{ или } x > 2; \\ (x+2)/6, & -2 < x < 0; \\ a, & 0 < x < 2. \end{cases}$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(-1, 0)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt[3]{x} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (0; \frac{3\pi}{2})$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \cos X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Дана последовательность независимых случайных величин, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$. Случайная величина ξ_n задана следующим образом:

x_n	$-n\lambda$	0	$n\lambda$
$P\{\xi_n = x_n\}$	$\frac{1}{2^n}$	$1 - \frac{1}{2^{n-1}}$	$\frac{1}{2^n}$

Можно ли применить к данной последовательности закон больших чисел?

Вариант 16

Задача 1 (2 балла). В квартире завелся Барабашка. Для его обнаружения жильцы вызывают экстрасенса. За один вызов экстрасенс может обнаружить Барабашку с вероятностью 0.6. Экстрасенса вызывают до тех пор, пока он не обнаружит Барабашку. Случайная величина X равна количеству потребовавшихся для этого вызовов. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \text{ или } x > 2; \\ a \sin(\pi x), & 1 < x < 2. \end{cases}.$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(1/2, 3/2)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ \sqrt[3]{x} < y < 1 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = ax$ при $x \in (-1; 2)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2 - 1$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Дана последовательность независимых случайных величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$. Случайная величина ξ_n задана следующим образом:

x_n	$-n\lambda$	0	$n\lambda$
$P\{\xi_n = x_n\}$	$\frac{1}{2n^2}$	$1 - \frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{2n^2}$

Можно ли применить к данной последовательности закон больших чисел?

Вариант 17

Задача 1 (2 балла). Некий ясновидец устроился на работу в организацию, занимающуюся долгосрочным прогнозированием. Ясновидец делает предсказания относительно будущего, которые сбываются с вероятностью 0.6. После второго несбывшегося предсказания ясновидца увольняют. Случайная величина X равна числу сделанных до увольнения предсказаний. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \\ (6x - 3x^3) / 7, & 0 < x < 1; \\ a, & 1 < x < 2. \end{cases}.$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(1/2, 1)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (-3; 0)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2 + 2X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Дана последовательность независимых случайных величин: $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$. Случайная ξ_n величина задана следующим образом:

x_n	$-\sqrt{n}$	\sqrt{n}
$P\{\xi_n = x_n\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Можно ли применить к данной последовательности закон больших чисел ?

Вариант 18

Задача 1 (2 балла). Из колоды, содержащей 36 карт, берут наудачу 4 карты. Случайная величина X равна количеству королей среди взятых карт. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > 1; \\ a \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right), & 0 < x < 1. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(0, 1/2)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < x^3 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a(x+2)$ при $x \in (-2; 1)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Правильная монета 1000 раз бросается вверх. Определить такое число x , чтобы с вероятностью 0,85 количество попыток, когда монета ляжет гербом вверх, заключалось между 400 и x .

Вариант 19

Задача 1 (2 балла). Вероятность испортить кашу дополнительной порцией масла составляет 0.4. В каждую из четырех тарелок каши в студенческой столовой положили дополнительную порцию масла. Случайная величина X равна количеству тарелок, каша в которых была вследствие этого испорчена. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \text{ или } x > 4; \\ (x+1)/12, & -1 < x < 3; \\ a, & 3 < x < 4. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(2, 3)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < x^4 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ay^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = ax$ при $x \in (-2; 1)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). 80% изготовленных заводом электроламп выдерживают гарантийный срок службы. Найти вероятность того, что в партии из 500 электроламп число выдержавших гарантийный срок службы находится в пределах $380 \div 420$. Использовать неравенство Чебышёва и интегральную теорему Муавра—Лапласа.

Вариант 20

Задача 1 (2 балла). Во время укуса, комара могут прихлопнуть с вероятностью $2/3$. Комар кусает до тех пор, пока его не прихлопнут. Случайная величина X равна количеству сделанных укусов. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > 2; \\ 1/3, & -2 < x < 0; \\ a(x^2 - 2x), & 0 < x < 2. \end{cases}.$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(1/2, 1)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x < y < \sqrt[4]{x} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} axy^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = ax$ при $x \in (-1; 3)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = X^2$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Вероятность случайного события равна 0,9. Выполнено 6400 испытаний. Какова вероятность, что наблюдаемая частота случайных событий лежит в интервале $0,9 \pm 0,01$? Решить задачу, используя неравенство Чебышёва и интегральную теорему Муавра—Лапласа.

Вариант 21

Задача 1 (2 балла). Вероятность вышибить клин клином с одной попытки составляет 0,4 и не меняется от одной попытки к другой. Клин вышибают клином до тех пор, пока не вышибут. Случайная величина X равна количеству потребовавшихся для этого попыток. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \text{ или } x > 4; \\ 2(x-1)/5, & 1 < x < 2; \\ a, & 2 < x < 4. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(3/2, 2)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < 1 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^4, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \cos X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Вероятность случайного события равна 0,81. Выполнено 5000 испытаний. В каком интервале с вероятностью $p \geq 0,97$ лежит наблюдаемая частота случайного события? Решить задачу, используя неравенство Чебышёва и интегральную теорему Муавра—Лапласа.

Вариант 22

Задача 1 (2 балла). Аладдину попалась волшебная лампа, в которой живет ленивый Джин: в случае первого вызова вероятность появления Джина равна $1/6$. Аладдин вызывает Джина до тех пор, пока тот не появляется. Случайная величина X равна количеству потребовавшихся для этого вызовов. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \text{ или } x > 0; \\ a(x^2 + 3x), & -3 < x < 0. \end{cases}$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(-2, -1)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt{x^3} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \cos X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Вероятность случайного события равна 0,67. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью $p \geq 0,98$ можно было ожидать, что наблюдаемая частота случайного события отклонится от его вероятности не более чем на 0,01? Решить задачу двумя способами: используя неравенство Чебышёва и интегральную теорему Муавра—Лапласа.

Вариант 23

Задача 1 (2 балла). Монету бросают до тех пор, пока она не ляжет два раза подряд одной и той же стороной. Случайная величина X равна количеству потребовавшихся для этого бросаний. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \text{ или } x > 5; \\ 2(x-2)/5, & 2 < x < 3; \\ a, & 3 < x < 5. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(5/2, 3)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^3 < y < \sqrt{x} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \cos X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Вероятность появления бракованной детали в партии из 1000 деталей равна 0,05. Найти нижнюю и верхнюю границы числа дефектных деталей в этой партии с вероятностью 0,9.

Вариант 24

Задача 1 (2 балла). Вероятность того, что терпеливый казак станет атаманом, равна 0.75. Имеется 4 терпеливых казака. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые стали атаманами. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \text{ или } x > 1; \\ a \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right), & -1 < x < 1. \end{cases}$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(0, 1/2)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^4 < y < 1 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Плотность распределения величины X задана соотношениями $p_X(x) = a$ при $x \in (-\frac{\pi}{2}; \pi)$; $p_X(x) = 0$ при прочих значениях x . Требуется определить коэффициент a и для случайной величины $Y = \cos X$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Игральный кубик подбрасывается $n = 360$ раз. С какой вероятностью можно утверждать, что число выпадения шестёрки при этом не менее а) 60, б) 50?

Вариант 25

Задача 1 (2 балла). Вероятность того, что яблоко упадет недалеко от яблони составляет $5/6$. С яблони упало 4 яблоко. Случайная величина X равна количеству тех из них, которые упали недалеко от яблони. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } x > 3/2; \\ 3(x - x^2)/5, & 0 < x < 1/2; \\ a, & 1/2 < x < 3/2. \end{cases}$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(0, 1/4)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ x^2 < y < 1 \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y^2, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Имеются две независимые случайные величины X и Y , плотности распределения которых имеют вид $p_X(x) = a\sqrt{x}$ при $x \in (0; 1)$; $p_X(x) = 0$ при $x \notin (0; 1)$; $p_Y(y) = b$ при $y \in (0; 1)$; $p_Y(y) = 0$ при $y \notin (0; 1)$. Требуется определить коэффициенты a и b ; для случайной величины $Z = X + Y$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, функцию распределения и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Пусть ξ_1 — число выпадений герба при 10 подбрасываниях монеты, а ξ_2 — число выпавших очков при бросании игральной кости. Оценить вероятность осуществления неравенства $\xi_1 + \xi_2 < 14$. Решить задачу, используя первую и вторую формы неравенства Чебышёва.

Вариант 26

Задача 1 (2 балла). Серенький козлик регулярно совершает прогулки в лес, где его могут с вероятностью $7/8$ съесть злые волки. Серенький козлик совершает прогулки в лес до тех пор, пока его не съедят. Случайная величина X равна количеству совершенных прогулок. Для дискретной случайной величины X построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность $P(X \leq 3)$.

Задача 2 (2 балла). Задана плотность распределения непрерывной случайной величины

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \text{ или } x > 2; \\ a \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right), & 1 < x < 2. \end{cases} .$$

Для этой случайной величины найти параметр a , функцию распределения, построить графики плотности и функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Найти вероятность попадания случайной величины в интервал $(1, 5/3)$.

Задача 3 (2 балла). Множество G на плоскости задано неравенствами $\begin{cases} 0 < x < 1; \\ 0 < y < \sqrt{x} \end{cases}$. Плотность распределения системы случайных величин (X, Y) определяется неравенствами $p(x, y) = \begin{cases} ax^3y, & (x, y) \in G \\ 0, & (x, y) \notin G \end{cases}$. Требуется определить коэффициент a ; найти плотности распределения отдельных величин X и Y , входящих в систему; условные плотности распределения $p_1(x|y)$ и $p_2(y|x)$; вероятность попадания случайной величины (X, Y) в область $x > 1/2$; найти ковариацию K_{xy} и коэффициент корреляции r_{xy} . Выяснить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

Задача 4 (2 балла). Имеются две независимые случайные величины X и Y , плотности распределения которых имеют вид $p_X(x) = ax^2$ при $x \in (0; 1)$; $p_X(x) = 0$ при $x \notin (0; 1)$; $p_Y(y) = by$ при $y \in (0; 1)$; $p_Y(y) = 0$ при $y \notin (0; 1)$. Требуется определить коэффициенты a и b ; для случайной величины $Z = X + Y$ найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, функцию распределения и плотность распределения.

Задача 5 (2 балла). Пусть вероятность того, что покупателю обувного магазина необходимы туфли размера 41, равна 0,15. Определить (в %) верхнюю и нижнюю границы предполагаемого количества покупателей, которым нужны такие туфли, среди 2000 покупателей магазина, если вероятность нахождения искомой цифры между верхней и нижней границей составит 0,98.