

Вариант 1

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+7)^n \ln n}{n \cdot 3^n}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = xe^{-x}; \quad a = 1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^2 \frac{1}{x} \operatorname{sh} \frac{x^2}{4} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = e^y - xy; \quad y|_{x=3} = 0.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-\pi, 0); \\ x, & x \in (0, \pi); \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = 4 - x; \quad \text{на } (0, 4) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 2

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^{2n} \left(\sqrt[4]{n} - \operatorname{tg} \frac{1}{n} \right)}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = xe^{-3x}; \quad a = 3.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{0,5} \frac{\sin 3x}{x} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = 2x - \cos y; \quad y|_{x=1} = \pi/2.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < \pi/3; \\ -1, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & 0 < x < 1; \\ -x^2, & 1 < x < 2; \end{cases} \quad \text{на } (0, 2) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 3

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{2n}(x-1/9)^n}{2^{3n}} \sin \frac{1}{n}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = (x + 3)e^x; \quad a = -2.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{1,5} x^4 \cos \frac{x}{5} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^2 + y^3; \quad y|_{x=1} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -4 < x < -1; \\ 2, & -1 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (-4, 4).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < \pi/3; \\ \pi - x, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 4

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n(x+3)^n}{n(3 \ln n + 1)^2}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{4}; \quad a = 1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^1 \frac{\arctg(x^3/2)}{x^2} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = 2x^2 + y^3 - 5; \quad y|_{x=2} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -3 < x < -2; \\ 0, & -2 < x < 1; \\ 2, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (-3, 3).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < \pi/3; \\ \pi - x, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Вариант 5

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3^n \left(\sqrt[n]{n} - \sin \frac{1}{n} \right)}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = xe^{2x}; \quad a = -1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^3 \frac{1}{x} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{3} - \cos \frac{x}{3} \right) dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = e^{2y} + 4x; \quad y|_{x=-1} = 0.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 1, & -\pi/2 < x < \pi/2; \\ 0, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 4 - x, & 2 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (0, 5) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 6

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{6^n (x - 5/6)^n}{\sqrt[n]{n} - \sin \frac{1}{n}}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln 4x; \quad a = 3.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^2 \frac{1}{x^2} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^3 - e^{-y}; \quad y|_{x=2} = 0.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 1, & -\pi/2 < x < \pi/2; \\ -1, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 4 - x, & 2 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (0, 5) \text{ по синусам.}$$

Вариант 7

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x + 3/4)^n}{\sqrt[4]{n+4} - 4^{-n}}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sin \frac{x}{2}; \quad a = -\pi/2.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{2/3} e^{-x^4} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^2 + \frac{2}{y} - 6; \quad y|_{x=3} = -1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} \pi, & -\pi < x < 0; \\ \pi - 2x, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 2; \\ 2, & 2 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 8

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{9^n (x-1)^{2n}}{\sqrt[9]{n} - 9^{-n}}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = (x-3)e^{x/2}; \quad a = -3.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^2}}.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = xy - \frac{1}{y} + x; \quad y|_{x=-1} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} \pi + 2x, & -\pi < x < 0; \\ \pi, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 2; \\ 2, & 2 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Вариант 9

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x - 1/2)^n}{2n^3 + 2^{-n}}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln(4 + x); \quad a = 1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^2 e^{x^3/100} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x - y + \frac{x}{y}; \quad y|_{x=2} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < \pi/2; \\ 3, & -\pi/2 < x < \pi/4; \\ 0, & \pi/4 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & 0 < x < 1; \\ 3 - x, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Вариант 10

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x - 1/3)^n}{2^{2n} (\sqrt{n} - 2^{-n})}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \frac{3}{x^2 - x - 2}; \quad a = -2.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^2 e^{x^3/12} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = \sin x + \cos y; \quad y|_{x=\pi/2} = \pi/2.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < \pi/2; \\ -1, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & 0 < x < 1; \\ 3 - x, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 11

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^4 + 4^{-n}} \left(x + \frac{3}{2}\right)^{2n-1}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \cos^2 x; \quad a = \pi/3.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[5]{1+x^3}}.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = \sin 2x + \cos y; \quad y|_{x=\pi/2} = \pi.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -1 < x < 0; \\ x^2 + 1, & 0 < x < 1; \end{cases} \quad \text{на } (-1, 1).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < \pi/4; \\ 1, & \pi/4 < x < \pi/2; \\ 0, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Вариант 12

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^{2n}}{\sqrt{n+2} \sqrt[3]{n+3}}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sin^2 x; \quad a = \pi/4.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_{-3/4}^0 \frac{\ln(1+x^4)}{x^2} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^2 + 2 \ln y; \quad y|_{x=-2} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & -1 < x < 0; \\ 0, & 0 < x < 1; \end{cases} \quad \text{на } (-1, 1).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 3\pi/4; \\ 2, & 3\pi/4 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Вариант 13

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+4)^{2n}}{\sqrt{n+2} \sqrt[4]{n+4}}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$\frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{(1+x)} + \frac{1}{2(1-x)}; \quad a = 2.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^1 x^2 \operatorname{arctg} \frac{x^2}{4} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = 2x - \ln y + 3; \quad y|_{x=-3} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ -1, & -\pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (0, 4) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 14

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{(n+2)3^{2n}}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln(1-x); \quad a = -1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^5 \frac{1}{x} \operatorname{arctg} \frac{x}{10} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = 2 \ln y - xy; \quad y|_{x=2} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} -x/\pi, & -\pi < x < 0; \\ 0, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 3, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Вариант 15

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 9^{n-1/n} (x+2)^{2n-1}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x^2 e^x; \quad a = 1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^3 \frac{1}{x^2} \left(\operatorname{sh} \frac{x}{3} - \sin \frac{x}{3} \right) dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x - y + 3e^y; \quad y|_{x=-5} = 0.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < \pi/2; \\ x, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 3x, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 16

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\ln(n+1)}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x^2 e^{-x}; \quad a = -1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^2 \frac{1}{x} \left(\operatorname{sh} \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right) dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x - y + \cos 2y; \quad y|_{x=-4} = 0.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ -x, & -\pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 3, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 17

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+5)^n}{n+2^n}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x \cos 3x; \quad a = \pi/3.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_{-1}^0 x^4 \ln\left(1 + \frac{x^4}{4}\right) dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^4 - y^4 + 2; \quad y|_{x=-1} = -1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -5 < x < -3; \\ 0, & -3 < x < 0; \\ -1, & 0 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (-5, 5).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \pi^2 - x^2; \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Вариант 18

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-4)^n}{n+3^n}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right); \quad a = 0.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{0,75} \sqrt[3]{1+x^4} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^3 + \sin y; \quad y|_{x=1} = \pi/2.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 1, & -\pi/2 < x < \pi/4; \\ -1, & \pi/4 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5, & 0 < x < 3; \\ 0, & 3 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (0, 4) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 19

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n-1}}{n + \ln(n+1)}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \operatorname{ch} 2x; \quad a = 1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2} \ln\left(1 - \frac{x^3}{10}\right) dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = \sqrt{y} - x; \quad y|_{x=1} = 4.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} \pi, & -\pi < x < \pi/2; \\ \pi/2, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 20

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n-1}}{\sqrt{n} + \ln(n+1)}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \operatorname{sh} 3x; \quad a = -1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^1 \ln\left(1 - \frac{x^5}{5}\right) dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = (2x - y)^3; \quad y|_{x=2} = 3.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0; \\ x^2 - 4, & 0 < x < 2; \end{cases} \quad \text{на } (-2, 2).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \pi/2; \\ 0, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Вариант 21

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+1}{2n+3} \right) n(x+3)^n.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sqrt[3]{x}; \quad a = -8.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^1 e^{x^2/10} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = e^{x-y} - x; \quad y|_{x=2} = 2.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 0, & -\pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1; \\ x^2, & 1 < x < 2; \end{cases} \quad \text{на } (0, 2) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 22

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3/2)^{2n}}{\sqrt{n} + 4^n}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right); \quad a = \frac{\pi}{4}.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{1/2} \sqrt{1+x^3} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^2 + 2\sqrt{y}; \quad y|_{x=2} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0; \\ x^2, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < 2; \\ -1, & 2 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (0, 5) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 23

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n \sin \frac{1}{n} \cdot (x-5)^{2n-1}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \frac{1}{x(x-1)}; \quad a = -2.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^1 x^5 \operatorname{ch} \frac{x}{3} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = y\sqrt{y} - 4x; \quad y|_{x=1} = 4.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -5 < x < 0; \\ -x/2, & 0 < x < 5; \end{cases} \quad \text{на } (-5, 5).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = x^2; \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по синусам.}$$

Вариант 24

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{n^2 + 5^n}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x \sin 2x; \quad a = -\pi/4.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{0.6} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = xy^2 + 6; \quad y|_{x=-1} = 2.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -4 < x < -2; \\ 3, & -2 < x < 3; \\ 1, & 3 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (-4, 4).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & 0 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (0, \pi) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 25

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{9n+2} \right)^n (x+2)^{2n}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}; \quad a = 1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{1/2} x(\cos 2x + \operatorname{ch} 2x) dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = (x - e^y)^2 + x; \quad y|_{x=2} = 0.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/4; \\ \pi, & -\pi/4 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 26

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{n}{n^2+1} (x+4)^{2n}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = x \cos \frac{\pi x}{4}; \quad a = 2.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_{-3/4}^0 \frac{dx}{1-x^5}.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^2 y^3 + \ln x; \quad y|_{x=1} = -1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < \pi/3; \\ -1, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x < 1; \\ 1, & 1 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Вариант 27

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+1)} \left(x - \frac{2}{3}\right)^n.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}; \quad a = -1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_{-0,5}^0 \sqrt[4]{1-x^3} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^2 + \sin y; \quad y|_{x=-3} = \pi/2.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & -\pi < x < 0; \\ 0, & 0 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 2, & 2 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по синусам.}$$

Вариант 28

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{3n+2}\right)^n (x-2)^n.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln(4-x^2); \quad a = 1.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подынтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_{-2}^0 \sqrt[5]{243-x^5} dx.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = (x-y)y^2; \quad y|_{x=3} = 2.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -1; \\ -1-x, & -1 < x < 1; \\ 0, & 1 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1; \\ x, & 1 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (0, 4) \text{ по синусам.}$$

Вариант 29

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} 5^{n/(n+2)}(x-2)^n.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \ln(3 - x); \quad a = -2.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^{2/3} \frac{dx}{1+x^6}.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = y^2(xy - 1); \quad y|_{x=-2} = -1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < -\pi/2; \\ 2+x, & -\pi/2 < x < \pi/2; \\ 0, & \pi/2 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1; \\ x, & 1 < x < 4; \end{cases} \quad \text{на } (0, 4) \text{ по косинусам.}$$

Вариант 30

Задача 1 (1 балл). Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать ряд на сходимость на концах этого интервала:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-7)^n}{4^n(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}.$$

Задача 2 (1 балл). Используя табличные разложения, разложить заданную функцию в степенной ряд по степеням $x - a$; указать интервал сходимости полученного степенного ряда:

$$f(x) = \cos \frac{x}{4}; \quad a = \pi.$$

Задача 3 (1 балл). Разлагая подинтегральную функцию в степенной ряд, вычислить приближенное значение определенного интеграла с погрешностью, не превышающей 0,001:

$$\int_0^1 \frac{dx}{16+x^4}.$$

Задача 4 (1 балл). Найти частное решение дифференциального уравнения при указанных начальных условиях, представив его в виде ряда Тейлора (выписать первые четыре-пять членов разложения):

$$y' = x^2 + y + \frac{1}{y}; \quad y|_{x=-1} = 1.$$

Задача 5 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} \pi - x/2, & -\pi < x < \pi/3; \\ 0, & \pi/3 < x < \pi; \end{cases} \quad \text{на } (-\pi, \pi).$$

Задача 6 (1 балл). Заданную функцию разложить в тригонометрический ряд Фурье в указанном интервале. Построить график функции и график суммы полученного ряда:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 2; \\ 2, & 2 < x < 3; \end{cases} \quad \text{на } (0, 3) \text{ по косинусам.}$$