3-й семестр, РЛ1,2 (2012-13)
Теория поля и ряды, модуль 1
Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы

1. Какой ряд называют абсолютно сходящимся? Сформулировать критерий Коши сходимости числового ряда. *(3 балла)*

2. Сформулировать признак сравнения для числовых рядов. Какой ряд называют условно сходящимся? *(3 балла)*

3. Сформулировать предельный признак сравнения для числовых рядов. Какой ряд называют рядом Лейбница? *(3 балла)*

4. Сформулировать признак Даламбера для числовых рядов. Какими свойствами обладают сходящиеся числовые ряды? *(3 балла)*

5. Сформулировать радикальный признак Коши для числовых рядов. Как изменится свойство ряда быть сходящимся, если из него удалить конечное число слагаемых? *(3 балла)*

6. Сформулировать интегральный признак Коши сходимости числового ряда. Как изменится свойство ряда быть сходящимся, если все его слагаемые умножить на одно и то же число, отличное от нуля? *(3 балла)*

7. Как связаны свойства абсолютной и условной сходимости числового ряда с его сходимостью? Сформулировать два необходимых условия сходимости числового ряда. *(3 балла)*

8. Верно ли, что для любого сходящегося числового ряда $\lim\limits_{n\to\infty} a_n^{1/n} < 1$? Ответ обосновать. Какими свойствами обладают частичные суммы сходящегося знакоположительного числового ряда? *(3 балла)*

9. Верно ли, что для любого расходящегося числового ряда $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{a_{n+1}} > 1$? Ответ обосновать. Какими свойствами обладают частичные суммы ряда Лейбница с нечетными номерами? *(3 балла)*

10. Каким свойством обладает n-й остаток ряда Лейбница. Какими свойствами обладают частичные суммы ряда Лейбница с четными номерами? *(3 балла)*

11. Доказать необходимые условия сходимости числового ряда. *(5 баллов)*

12. Доказать критерий Коши сходимости числового ряда. *(5 баллов)*

13. Доказать признак сравнения в виде неравенства. *(5 баллов)*

14. Доказать признак сравнения в предельной форме. *(5 баллов)*

15. Доказать радикальный признак Коши в виде неравенства. *(5 баллов)*

16. Доказать интегральный признак Коши. *(5 баллов)*

17. Доказать, что из абсолютной сходимости числового ряда следует его сходимость. *(5 баллов)*

18. Доказать свойства четных и нечетных частичных сумм ряда Лейбница. Вывести из этих свойств сходимость такого ряда. *(5 баллов)*

19. Вывести оценку для n-го остатка ряда Лейбница. *(5 баллов)*

Типовой вариант билета по теории

1. Сформулировать радикальный признак Коши для числовых рядов. Как изменится свойство ряда быть сходящимся, если из него удалить конечное число слагаемых? (*3 балла*)

2. Доказать, что из абсолютной сходимости числового ряда следует его сходимость. (*5 баллов*)

Типовой вариант билета с задачами

1. Исследовать знакоположительный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{4^n n!}{2^n n^n}$ на сходимость. (*4 балла*)

2. Исследовать ряд $\sum\limits_{n=2}^{\infty} (-1)^n \dfrac{\ln^4(n+1)}{n+1}$ на абсолютную и условную сходимость. (*4 балла*)

3. Для степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-3)^n}{4^n + \ln(n+1)} (x-1)^n$ найти интервал сходимости, исследовать ряд в концах интервала сходимости. (*4 балла*)

4. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{sh}(x+1)$ в ряд по степеням $x-1$, указать интервал сходимости полученного степенного ряда. (*4 балла*)