

**РЛ1,2, 3-й семестр (2012-13)**  
**Теория поля и ряды, модуль 2**  
**Вопросы для подготовки**

*Теоретические вопросы*

1. Сформулируйте определение двойного интеграла. (3 балла)
2. Приведите свойства двойного интеграла. (3 балла)
3. Сформулируйте теоремы о среднем значении для двойного интеграла. (3 балла)
4. Сформулируйте теорему о замене переменных в двойном интеграле. (3 балла)
5. Дайте определение криволинейного интеграла второго рода. Опишите его связь с криволинейным интегралом первого рода и процесс его вычисления. (3 балла)
6. Запишите формулу Грина для многосвязной и односвязной областей. (3 балла)
7. Сформулируйте свойства поверхностного интеграла второго рода. (3 балла)
8. Запишите формулу Стокса. Укажите, как она связана с формулой Грина. (3 балла)
9. Сформулируйте условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования в пространстве. (3 балла)
10. Запишите формулу Остроградского — Гаусса. Укажите условия, которым должны удовлетворять функции  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ , чтобы поверхностный интеграл в этой формуле был равен объему области, ограниченной замкнутой поверхностью. (3 балла)
11. Дайте определения дивергенции и ротора векторного поля. Опишите процесс их вычисления в прямоугольных координатах. (3 балла)
12. Какие векторные поля называются безвихревыми, бесциркуляционными, лапласовыми, соленоидальными? (3 балла)
13. Докажите ограниченность функции, интегрируемой в замкнутой области. (4 балла)
14. Выведите формулу для якобиана отображений, осуществляющих переход к сферическим и цилиндрическим координатах. (4 балла)
15. Докажите формулу Ньютона — Лейбница для криволинейного интеграла. (4 балла)
16. Дайте определение циклической постоянной для многосвязной области. Докажите корректность этого определения, рассмотрев различные способы расположения простых контуров. (4 балла)
17. Выведите соотношение, связывающее элемент площади поверхности  $dS$  с длиной нормали к поверхности. (4 балла)
18. Выведите формулу для дивергенции в прямоугольных координатах. (4 балла)
19. Выведите формулу для ротора в прямоугольных координатах. (4 балла)
20. Сформулируйте и докажите свойства ротора. (4 балла)
21. Сформулируйте и докажите свойства дивергенции. (4 балла)
22. Опишите и обоснуйте связь между безвихревым, бесциркуляционным и потенциальным полями (4 балла)
23. Докажите, что у непрерывного потенциального поля в поверхностно односвязной области нет замкнутых векторных линий. (4 балла)
24. Сформулируйте и докажите свойства соленоидальных полей. (4 балла)

### *Типовой вариант билета по теории*

1. Дайте определение криволинейного интеграла второго рода. Опишите его связь с криволинейным интегралом первого рода и процесс его вычисления. (3 балла)
2. Сформулируйте и докажите свойства ротора. (4 балла)

### *Типовой вариант билета с задачами*

1. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $x^2 + y^2 + z + 2 = 4$ ,  $x^2 + y^2 = z^2$  (внутри конуса). (5 баллов)
2. Найти работу силы  $\mathbf{F}(x, y, z) = y\mathbf{i} - z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$  при перемещении материальной точки вдоль прямой из точки  $A(0; 0; 3)$  в точку  $B(0; 4; 1)$ . (5 баллов)
3. Найти поток векторного поля  $\mathbf{F}(x, y, z) = x^2\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$  через замкнутую поверхность  $S$ , ограничивающую конечный объем  $V$ , заданный пересечением поверхностей  $4 = x^2 + y^2$ ,  $z = 1$ ,  $z = 5$ . (5 баллов)