

Тренировочный вариант

1. Исследовать на сходимость (с. и d. – на абсолютную и условную) числовой ряд:

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{2}{\sqrt{n}}\right); \quad (1 \text{ балл})$ b. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n; \quad (1 \text{ балл})$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^3 + 5n^2}{\sqrt{n^9 + 3n} - n^4}; \quad (2 \text{ балла})$ d. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^n}{3^n n!}. \quad (2 \text{ балла})$

2. Исследовать на равномерную сходимость на множестве $(0, +\infty)$ последовательность $f_n(x) = n \ln \left(1 + \frac{x}{n}\right). \quad (2 \text{ балла})$

3. Исследовать на сходимость степенной ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+1)} \left(x - \frac{2}{3}\right)^n. \quad (2 \text{ балла})$

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \sqrt[4]{19 - 3x}$ по степеням $x - 1$, указать интервал применимости разложения. (2 балла)

5. Вычислить с точностью до 0.001 интеграл: $\int_0^{1/3} \ln(1 + x^2) dx. \quad (2 \text{ балла})$

6. Найти решение задачи Коши в виде степенного ряда (записать первые 5 членов разложения): $y' = 2x - \ln y + 3; \quad y(-3) = 1. \quad (2 \text{ балла})$