

Тренировочный вариант

1. В повторном интеграле

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{\frac{4-x^2}{2}}}^{\sqrt{\frac{4-x^2}{2}}} f(x, y) dy$$

- а) изменить порядок интегрирования; б) перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования по новым переменным. (2 балла)
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями  $y = x^2$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1 - y^2$ . (2 балла)
3. Найти работу силы  $\vec{F}(x, y) = xy^2 \tilde{\mathbf{i}} + x^2y \tilde{\mathbf{j}}$  при перемещении материальной точки из точки  $A(0, 1)$  в точку  $B(2, 1)$  вдоль верхней половины окружности с диаметром  $AB$ . (3 балла)
4. С помощью формулы Грина вычислить интеграл  $\oint_C (x^2 + y^2)(dx + dy)$ , где  $C$  — граница треугольника  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x$ . (3 балла)
5. Найти площадь части параболоида  $z = a^2 - x^2 - y^2$ , лежащей выше плоскости  $z = 0$ . (3 балла)
6. Найти циркуляцию векторного поля  $\vec{F}(x, y, z) = -yz \tilde{\mathbf{i}} + x^2z^2 \tilde{\mathbf{j}} + (y^3 + x^2z) \tilde{\mathbf{k}}$  по замкнутой линии, образованной пересечением поверхностей  $x^2 + y^2 = z^2$ ,  $z = 1$ . (3 балла)