Вариант 1 (ФН2-52). ДЗ №1 по курсу «Теория управления» для группы ФН2-52, 2013

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 3y, \\ \dot{y} = 3x + y. \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x^3 - x + 6y^3, \\ \dot{y} = -x - \operatorname{sh} y - 9y^3 - y^5. \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{4}{e^x} + 2\ln(1-y) + 3\operatorname{sh} z - 4, \\ \dot{y} = 5x^3 + x + \ln(z+1), \\ \dot{z} = 4z - 6\operatorname{sh} x - 3\operatorname{sh} y. \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 2 (ФН2-52). ДЗ №1 по курсу «Теория управления» для группы ФН2-52, 2013

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -7x - 3y, \\ \dot{y} = 3x + y. \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^2y^5 - x^2y, \\ \dot{y} = x^3 - y^3. \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = -5z^2 - 6z + 2\ln(x+1) + 7\operatorname{sh} y, \\ \dot{y} = 3\sin x, \\ \dot{z} = 2\operatorname{sh}(2z) + 2\operatorname{sh} x - 4\operatorname{th} y. \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 3 (ФН2-52). ДЗ №1 по курсу «Теория управления» для группы ФН2-52, 2013

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y, \\ \dot{y} = -8x + y. \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = 6y - 4x^3, \\ \dot{y} = -x^3 - y^3 - 11y. \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x^2 - 4x - 2z^2 + 5z + 5\sin y, \\ \dot{y} = 4y^2 - 6y - 5\ln(1-x) + 3e^z - 3, \\ \dot{z} = -4y^2 + 6y - z^3 + z - 5\ln(x+1). \end{cases} \qquad \textit{(2 балла)}$$

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 4 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -5x + 5y, \\ \dot{y} = -4x + 2y. \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y^5 - 2y^3 - x, \\ \dot{y} = 2xy^2 + 4x. \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2\sin(4y) + 3e^z - 3, \\ \dot{y} = -x^3 - 5x + z^2 + 6z - 2\ln(1-y), \\ \dot{z} = 4y^2 + 5y - 2\ln(1-x). \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 5 (ФН2-52).

ДЗ №1 по курсу «Теория управления» для группы ФН2-52, 2013

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + 7y, \\ \dot{y} = -3x + 2y. \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\operatorname{sh}^2 y - x\operatorname{sh} x^2, \\ \dot{y} = x^3 \operatorname{sh} y - 3\operatorname{th} y. \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh} z - \sin y - 2\ln(x+1), \\ \dot{y} = \dfrac{2}{e^z} - \sin x - 2, \\ \dot{z} = 7\ln(1-x) - 3\operatorname{th} z. \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 6 (ФН2-52).

ДЗ №1 по курсу «Теория управления» для группы ФН2-52, 2013

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 5y, \\ \dot{y} = -x + y. \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^2 y - 2y^2, \\ \dot{y} = 2x^3 + 4xy - y^3. \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = 4\ln(1-z) - \sin x - 3\sin y, \\ \dot{y} = 3\operatorname{th} x - 3\operatorname{arctg} y - 3\sin z, \\ \dot{z} = -4y^3 - 5y - 2\operatorname{th} x - 6\operatorname{sh} z. \end{cases} \qquad (\textit{2 балла})$$

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 7 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + 3y, \\ \dot{y} = -3x + y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2 - e^{y} - e^{x}, \\ \dot{y} = x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{sh} x - \operatorname{arctg} y + \operatorname{sh} z, \\ \dot{y} = -2z^3 + 7z - 3\operatorname{arctg} y - 2\operatorname{th} x, \\ \dot{z} = 3z^3 - 2z + 2\operatorname{arctg}(4x) - \sin y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 8 (ФН2-52).

ДЗ №1 по курсу «Теория управления» для группы ФН2-52, 2013

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + 2y, \\ \dot{y} = -7x + y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^5 - x^3y^2 - xy^4 + 2y^5, \\ \dot{y} = -x^5 - x^4y - 2x^2y^3 - 3y^5. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{3}{e^{x}} - 2\ln(y+1) + 6\operatorname{arctg} z - 3, \\ \dot{y} = 2\ln(1-x) + 3\operatorname{th} y, \\ \dot{z} = \ln(1-y) - 4x + 7\sin z. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 9 (ФН2-52).

ДЗ №1 по курсу «Теория управления» для группы ФН2-52, 2013

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -8x + 2y, \\ \dot{y} = -5x + y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^5 - 3x + 6y, \\ \dot{y} = -2yx^4 - x - 9y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{3}{e^{3y}} + 3e^{x} - 2\sin z - 6, \\ \dot{y} = 2\operatorname{th} x - 3\operatorname{th}(3y) - 2z, \\ \dot{z} = 4\operatorname{arctg}(2y) + \operatorname{arctg} z + 4\operatorname{sh} x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 10 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -9x + 8y, \\ \dot{y} = -4x + 3y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y^3 - 3y - x, \\ \dot{y} = x^5 + 2x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y^3 - 4y - 4\ln(x+1) + 9\sin z, \\ \dot{y} = -2y^2 - 6y + 2\sin(4z) - 5\ln(1-x), \\ \dot{z} = 3\,\mathrm{arctg}\,(3z) + 5\ln(1-y). \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 11 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -6x + 7y, \\ \dot{y} = -5x + 3y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3\,\mathrm{sh}\,y - 7\,\mathrm{th}\,x - \mathrm{sh}\,x, \\ \dot{y} = -\,\mathrm{th}\,x - \mathrm{sh}\,y - \mathrm{th}\,y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3\,\mathrm{th}\,(2z) - 2\,\mathrm{th}\,x - 6\,\mathrm{sh}\,y, \\ \dot{y} = 9 - 4\ln(y+1) - 7\,\mathrm{th}\,x - \dfrac{9}{e^z}, \\ \dot{z} = y^2 - 8y - 5\,\mathrm{sh}\,x + 10\sin z. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 12 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -7x + 9y, \\ \dot{y} = -6x + 4y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - e^x e^y, \\ \dot{y} = e^{2x} - e^x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2\,\mathrm{th}\,(5z) + 2\,\mathrm{arctg}\,x - 2\,\mathrm{arctg}\,y, \\ \dot{y} = 3z^3 - 5z - 5\,\mathrm{arctg}\,(2y) - 5\,\mathrm{arctg}\,x, \\ \dot{z} = -x^2 + 2x + y^3 + 8y - 3\,\mathrm{th}\,z. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 13 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x - 2y, \\ \dot{y} = 8x + y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = 8y^3 - xy^2 - 3x, \\ \dot{y} = -x^2y - x - 16y^3. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = x^3 - 6x - 3\sin(2y) - 7\,\mathrm{th}\, z, \\ \dot{y} = 4 - 3e^y - 2\,\mathrm{sh}\, z - e^{-x}, \\ \dot{z} = -\ln(1-y) - 2\,\mathrm{arctg}\, x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 14 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y, \\ \dot{y} = 7x + y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x^2y, \\ \dot{y} = 3x^3 - 3y^3 - y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = -5y^3 + 3y + 2\,\mathrm{arctg}\,(4z) + 3\,\mathrm{arctg}\, x, \\ \dot{y} = x^2 + 2x - 3z^3 + 6z + e^y - 1, \\ \dot{z} = 2\,\mathrm{arctg}\, z + 2e^x - 2. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 15 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -5x + 10y, \\ \dot{y} = -4x + 3y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\,\mathrm{sh}\, x - \mathrm{sh}\, y, \\ \dot{y} = x\,\mathrm{ch}\, y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = 4z^3 - z + 3\,\mathrm{sh}\,(2y) - 5\ln(1-x), \\ \dot{y} = \dfrac{3}{e^{2x}} + 4\ln(z+1) - 3e^y, \\ \dot{z} = 7\,\mathrm{sh}\, x - 6z + 2\sin y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 16 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -8x + 11y, \\ \dot{y} = -7x + 5y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 y, \\ \dot{y} = x^6 + x^4 - y + \sin y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = -3y^2 - 3y + 2\ln(1-z) - 5\operatorname{sh} x, \\ \dot{y} = e^y + \operatorname{th} z - 1, \\ \dot{z} = -z^3 - z + 7\ln(x+1) - 2\operatorname{th} y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 17 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -6x + 13y, \\ \dot{y} = -5x + 4y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = 8y - 4\operatorname{sh} x - \operatorname{th} x, \\ \dot{y} = -12y - \operatorname{sh} x - y\operatorname{ch} x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2\sin(3x) + 2\operatorname{sh}(2y) - 3\ln(1-z), \\ \dot{y} = 2x^2 - 7x - 2\operatorname{sh}(3y) - 3\operatorname{arctg} z, \\ \dot{z} = z^3 + z + 3\operatorname{arctg}(3y) + 8\operatorname{th} x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 18 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -7x + 3y, \\ \dot{y} = -3x + y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2\operatorname{sh} y, \\ \dot{y} = 2\operatorname{th} x - y\operatorname{ch} y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2z, \\ \dot{y} = 5x^2 + 4x - 3z^3 - 2z, \\ \dot{z} = -4y^3 + y - 2\sin(4z) + 5\operatorname{arctg} x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 19 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + 4y, \\ \dot{y} = -2x + y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x^3 - xy^2 - 2y^3, \\ \dot{y} = -3x^3 - x^2y - 5y^3. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = -5z^2 + 5z + 4\,\mathrm{arctg}\,(2x) - 7\ln(1-y)\,, \\ \dot{y} = 4z^2 - 3z - 5y + \ln(x+1)\,, \\ \dot{z} = 2x^3 - 2x + 3z + 5\,\mathrm{sh}\,y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23

Вариант 20 (ФН2-52).

1) Используя квадратичную функцию Ляпунова, показать, что нулевое решение системы дифференциальных уравнений асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -5x + 14y, \\ \dot{y} = -2x + 3y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

2) Показать, что нулевое решение глобально асимптотически устойчиво:

$$\begin{cases} \dot{x} = -e^x y^3 - e^x y - 5x, \\ \dot{y} = e^x\,\mathrm{th}\,x. \end{cases}$$ *(2 балла)*

3) По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения:

$$\begin{cases} \dot{x} = \mathrm{sh}\,y - 4\sin z, \\ \dot{y} = 2\,\mathrm{arctg}\,x - 3e^y + 3, \\ \dot{z} = 2\ln(1-2z) + \mathrm{arctg}\,x - \mathrm{arctg}\,y. \end{cases}$$ *(2 балла)*

Сумма баллов за задания	0 − 3	4	5	6
Баллов к рейтингу	0	15	19	23