

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

4-й семестр 2020-21, БМТ, бакалавры

МОДУЛЬ 1: Преобразование Фурье. Классификация линейных ДУ

Виды аудиторных занятий и самостоятельной работы	Сроки проведения или выполнения, недели	Трудоемкость, часы	Примечание
Лекции	1-8	16	
Практические занятия	1-8	16	
Домашние задания текущие	1-8	16	
Дом. задание 1	2–7	6	
Рубежный контроль по модулю	8	3	

МОДУЛЬ 2: Метод разделения переменных. Метод функций Грина

Виды аудиторных занятий и самостоятельной работы	Сроки проведения или выполнения, недели	Трудоемкость, часы	Примечание
Лекции	9-17	18	
Практические занятия	9-17	18	
Домашние задания текущие	9-17	18	
Дом. задание	10–16	6	
Рубежный контроль по модулю	16	3	

ЛЕКЦИИ

МОДУЛЬ 1: Преобразование Фурье. Классификация линейных ДУ

Лекция 1. Основные уравнения математической физики: волновое уравнение, уравнение диффузии, уравнения Максвелла, уравнение Гельмгольца. Методы исследования уравнений мат. физики. Линейные и квазилинейные дифференциальные уравнения. Их классификация.

ОЛ-1 гл. I §2–3.

Лекция 2. Характеристики. Канонический вид уравнений двух переменных. Оператор Лапласа в цилиндрических и сферических координатах. Общее решение одномерного волнового уравнения. Частные решения трёхмерного волнового уравнения в виде плоских и сферических волн. Постановка классических задач математической физики, их корректность.

ОЛ-1 Гл. I §3–4; ОЛ-2 гл. I §1; МП-5.

Лекция 3. Поверхностные интегралы. Скалярные и векторные поля. Дифференциальные операции над полями. Формулы Остроградского — Гаусса и Стокса. Типы полей. Потенциал.

ОЛ-2 гл. II §1–2.

Лекции 4–5. Преобразование Фурье абсолютно интегрируемых функций. Основные свойства преобразования Фурье. Свёртка функций, её связь с преобразованием Фурье. Применение преобразования Фурье при решении задач математической физики (на примере задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности).

ОЛ-4 пп. 4.5–4.7; МП-7 гл. 2.

Лекции 6–7. Ортогональные системы в гильбертовом пространстве. Ряд по ортогональной системе. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсевала. Полные и замкнутые системы. Тригонометрическая система и тригонометрические ряды. Теорема Дирихле. Разложения по косинусам и синусам кратных углов. Комплексная форма тригонометрического ряда.

ОЛ-4 пп. 3.1–3.10; МП-7 гл. 1.

Лекция 8. Основные сведения из теории самосопряжённых операторов в гильбертовом пространстве. Оператор Штурма — Лиувилля и его свойства.

ОЛ-1 гл. V §21–22.

МОДУЛЬ 2: Метод разделения переменных. Метод функций Грина

Лекция 9. Постановка задачи Штурма — Лиувилля. Задача Штурма — Лиувилля для стандартных областей.

ОЛ-1 гл. V §21–22.

Лекция 10. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя и их свойства. Ортогональность функций Бесселя. Нормы функций Бесселя. Дифференцирование функций Бесселя. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в цилиндрических областях. Уравнения, сводящиеся к уравнению Бесселя.

ОЛ-1 гл. V §23; ОЛ-2 доп. II часть 1.

Лекции 11–12. Сферические специальные функции (полиномы и функции Лежандра, присоединённые функции Лежандра). Ортогональность функций Лежандра. Ортогональность присоединённых функций Лежандра. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца в сферических областях.

ОЛ-1 гл. V §25; ОЛ-2 доп. II часть II.

Лекция 13. Понятие обобщённого решения уравнения. Дельта-функция Дирака. Фундаментальное решение оператора. Формула Дюамеля. Фундаментальное решение оператора Лапласа в пространстве и на плоскости. Фундаментальные решения оператора Гельмгольца в пространстве.

ОЛ-1 гл. III §11; ОЛ-3 п. 1.3.

Лекции 14–15. Интегральные представления решений уравнений Пуассона и Гельмгольца в пространстве с помощью фундаментальных решений соответствующих операторов (интегральная формула Грина для уравнения Пуассона, формула Кирхгофа для уравнения Гельмгольца). Свойства гармонических функций. Свойства краевых задач для уравнения Пуассона и уравнения Гельмгольца.

ОЛ-1 гл. III §11;

Лекции 16–17. Интегральные представления решений уравнений Пуассона и Гельмгольца в пространстве с помощью функции Грина. Метод функции Грина. Свойства функции Грина краевых задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона в пространстве. Решение

краевой задачи Дирихле для уравнения Пуассона в полупространстве методом функции Грина.

ОЛ-1 гл. V §28–30.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

МОДУЛЬ 1: Преобразование Фурье. Классификация линейных ДУ

Занятие 1. Свёртка функций, её свойства. Вычисление свертки непосредственным интегрированием. Вычисление свертки кусочно-линейных финитных функций.

Методическая разработка кафедры (МРК).

Занятие 2. Приведение дифференциальных уравнений 2-го порядка к каноническому виду. Общее решение. Решение задачи Коши.

Ауд.: МРК.

Дома: ОЛ-6 гл. 1 № 5, 11, 16, 21–23.

Занятие 3. Одномерное волновое уравнение и метод распространения волн. Формула Даламбера.

Ауд.: МРК.

Занятия 4–5. Поверхностные интегралы. Теория поля.

Ауд.: ДЛ-2 2349, 2357, 2366; 2373, 2377, 2383, 2384, 2385, 2397.

Дома: ДЛ-2 2351, 2356, 2367; 2372, 2374, 2376, 2380, 2385, 2389, 2391, 2394, 2398.

Занятие 6. Преобразование Фурье и его свойства. Вычисление преобразования Фурье. МРК; МП-1; МП-7.

Занятие 7. Тригонометрический ряд Фурье. Его вычисление и свойства.

МРК; МП-1; МП-7.

Занятие 8. Рубежный контроль по модулю 1.

МОДУЛЬ 2: Метод разделения переменных. Метод функций Грина

Занятие 9. Задача Штурма — Лиувилля. Разложение функций в ряды по ортогональным системам собственных функций задачи Штурма — Лиувилля.

МРК, ОЛ-5, пп. 3.5–3.7; МП-7.

Занятие 10. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике, круге и кольце методом разделения переменных.

МРК; ОЛ-5, п. 5.5; МП-6.

Занятие 11. Решение краевой задачи для уравнения Гельмгольца в круге методом разделения переменных.

МРК; ОЛ-5, п. 5.8.

Занятие 12. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в цилиндре методом разделения переменных.

МРК; ОЛ-5, пп. 5.6; МП-6.

Занятие 13. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре методом разделения переменных.

МРК; ОЛ-5, пп. 5.7; МП-6.

Занятие 14. Функция Грина краевых задач для уравнения Пуассона на плоскости. Метод отражений.

МРК; МП-1.

Занятие 15. Нахождение фундаментального решения оператора.

МРК; МП-4.

Занятие 16. Рубежный контроль по модулю 3.

Занятие 17. Резерв.

КОНТРОЛЬНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ

МОДУЛЬ 1: Преобразование Фурье. Классификация линейных ДУ

1. Домашнее задание №1 (2–7 недели, 6 баллов, мин. 4 балла).
2. Рубежный контроль по модулю (8-я неделя, 24 балла, мин. 14 баллов).

МОДУЛЬ 2: Метод разделения переменных. Метод функций Грина

3. Домашнее задание (10–16 недели, 10 баллов, мин. 6 баллов).
4. Рубежный контроль по модулю (16-я неделя, 30 баллов, мин. 18 баллов).

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература (ОЛ)

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики, Наука, 1988.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики, Наука, 2004.
3. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики: Учеб. для вузов. – 3-е изд, испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 368 с.
4. Власова Е.А. Ряды: Учеб. для вузов. – 3-е изд, испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 616 с.
5. Решебник. Высшая математика. Специальные разделы / Под ред. Кириллова А.И. – 2-е изд., стереотип. – М.: Физматлит, 2003.
6. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике: учеб. пособие для ун-тов. – 4-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2004. – 686 с.

Дополнительная литература (ДЛ)

1. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГУ, Наука, 2004. – 416 с.
2. Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов / Под ред. Б.П. Демидовича. – М.: Интеграл-Пресс, 1997. – 416 с.
3. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Мир, 1978.
4. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики – М.: МЦНМО, 2003.

Методические пособия (МП)

1. Бутко Я.А., Элементы функционального анализа и методы математической физики, – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 65 с.
2. Жидков Е.Н., Чадов В.Б. Практическое руководство к применению специальных функций: учеб. пособие по курсу высшей математики. – Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 81 с.
3. Малов Ю.И., Сержантова М.М., Чередниченко А.В. Волновое уравнение: Методические указания к выполнению типового расчета по курсу «Уравнения математической физики». – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 47 с.
4. Лошкарёв А.И., Облакова Т.В. Фундаментальное решение линейного дифференциального оператора и задача Коши: Методические указания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 71 с.
5. Паршев Л.П. Уравнения математической физики. Решение волнового уравнения методом распространяющихся волн: Методические указания к выполнению домашнего задания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 60 с.

6. Тверская Е.С., Чигирева О.Ю. Решение краевых задач для уравнения Лапласа: Методические указания к выполнению домашнего задания по курсу «Уравнения математической физики». – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 48 с.

7. Чигирева О.Ю. Ряды Фурье. Преобразование Фурье: Методические указания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 51 с.

Кафедра
Ответственный по кафедре
Автор документа
Телефон

ФН-12
Ф.Б. Ахметова
А.Н. Канатников
(499) 263-62-88