

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

6-й семестр 2013-14, спец 0104000062 (ИУ9, бакалавры)

### *МОДУЛЬ 1: Элементы теории поля. Преобразование Фурье*

<b>Виды аудиторных занятий и самостоятельной работы</b>	<b>Сроки проведения или выполнения, недели</b>	<b>Трудоемкость, часы</b>	<b>Примечание</b>
Лекции	1-6	18	
Практические занятия	1-6	12	
Домашние задания текущие	1-6	12	
Дом. задание «Преобразование Фурье»	1-6	6	
Рубежный контроль по модулю	6	2	

### *МОДУЛЬ 2: Метод разделения переменных. Функции Бесселя*

<b>Виды аудиторных занятий и самостоятельной работы</b>	<b>Сроки проведения или выполнения, недели</b>	<b>Трудоемкость, часы</b>	<b>Примечание</b>
Лекции	7-11	18	
Практические занятия	7-11	10	
Домашние задания текущие	7-11	10	
Дом. задание «Метод разделения переменных»	7-11	6	
Рубежный контроль по модулю	11	2	

### *МОДУЛЬ 3: Специальные функции. Метод функции Грина*

<b>Виды аудиторных занятий и самостоятельной работы</b>	<b>Сроки проведения или выполнения, недели</b>	<b>Трудоемкость, часы</b>	<b>Примечание</b>
Лекции	12-16	14	
Практические занятия	12-16	12	
Домашние задания текущие	12-16	10	
Дом. задание «Векторная алгебра	12-16	5	
Рубежный контроль по модулю	16	2	

## ЛЕКЦИИ

### МОДУЛЬ 1: Постановка задач и метод разделения переменных

*Лекция 1.* Уравнения в частных производных и математическая физика. Типы уравнений математической физики: линейные дифференциальные (волновое уравнение, уравнение диффузии, уравнения Лапласа и Гельмгольца), системы линейных уравнений (уравнения Максвелла), интегральные и интегро-дифференциальные. Линейные и квазилинейные дифференциальные уравнения 2-го порядка, их преобразование при замене переменных. Оператор Лапласа в цилиндрических и сферических координатах. Квадратичная форма уравнения. Приведение к каноническому виду. Классификация квазилинейных уравнений.

ОЛ-1 §§1.2–1.3.

*Лекции 2–3.* Характеристики. Уравнение характеристик. Пример: волновое уравнение и характеристический конус. Случай двух переменных: уравнение характеристик в дифференциалах. Канонический вид уравнений двух переменных. Пример:  $u_{xx} + 2u_{xy} - 3u_{yy} = 0$ . Постановка задач математической физики. Направления и методы исследования в математической физике. Типы задач: задача Коши, краевая, начально-краевая (смешанная). Теорема Коши — Ковалевской. Понятие корректности задачи, корректность по Адамару и пример Адамара. Типы граничных условий, их физическая интерпретация. Постановки простейших задач математической физики.

ОЛ-1 §§1.3–1.4.

*Лекция 4.* Одномерное волновое уравнение и его общее решение. Постановка задачи Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера. Корректность задачи Коши для волнового уравнения. Понятие о классическом и обобщенном решении. Метод распространяющихся волн и метод отражений. Трехмерное волновое уравнение и некоторые его частные решения (плоские и сферические волны).

ОЛ-1 §3.4; ДЛ-4 §2.

*Лекция 5.* Основные сведения из теории самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Оператор Штурма — Лиувилля и его свойства.

ОЛ-2 гл.2; ДЛ-2 гл.4 §5; МР-6

*Лекция 6.* Постановка задачи Штурма — Лиувилля. Задача Штурма — Лиувилля для стандартных областей.

ОЛ-2 гл.2; МР-6

*Лекция 7–8.* Преобразование Фурье абсолютно интегрируемых функций. Обратное преобразование Фурье. Основные свойства преобразования Фурье. Свертка функций, ее связь с преобразованием Фурье. Преобразование Фурье в  $L_2$ . Применение преобразования Фурье при решении задач математической физики (на примере задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности).

ДЛ-2 гл.8 §4; МП-7.

*Лекция 9.* Преобразование Лапласа. Связь с преобразованием Фурье. Основные свойства преобразования Лапласа. Формула Римана — Меллина. Теоремы о разложении. Операционное исчисление и решение линейных обыкновенных дифференциальных уравнений методами операционного исчисления.

ОЛ-2 гл.6.; ДЛ-2 гл.8 §6.

### МОДУЛЬ 2: Обобщенные функции

*Лекция 10.* Обобщенные функции — наводящие соображения. Пространство  $\mathcal{D}$  основных функций. Определение обобщенных функций. Обобщенные функции как расширение класса обычных функций. Связь с мерами. Дельта-функция Дирака.

ОЛ-1 §2.1–2.2.

*Лекции 11–12.* Операции над обобщенными функциями (сложение и умножение на число, умножение на гладкую функцию, дифференцирование, линейная замена переменных, свертка, преобразование Фурье, преобразование Лапласа).

ОЛ-1 §2.2–2.4.

*Лекции 13–14.* Фундаментальные решения. Уравнения с правой частью. Формула Дюамеля. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Фундаментальное решение оператора Гельмгольца. Интегральные представления решений уравнений Пуассона и Гельмгольца в пространстве с помощью фундаментальных решений соответствующих операторов (интегральная формула Грина для уравнения Пуассона, формула Кирхгофа для уравнения Гельмгольца).

ОЛ-1 §3.1.

*Лекция 15.* Фундаментальное решение оператора теплопроводности. Фундаментальное решение волнового оператора в одномерном и трёхмерном пространстве. Свойства фундаментального решения волнового оператора.

ОЛ-1 §3.1–3.2.

*Лекция 16.* Задача Коши для волнового уравнения. Постановка обобщенной задачи Коши для волнового уравнения. Решение обобщенной задачи Коши для волнового уравнения. Решение классической задачи Коши.

ОЛ-1 §3.3.

*Лекции 17–18.* Понятие функции Грина. Интегральные представления решений уравнений Пуассона и Гельмгольца в пространстве с помощью функции Грина. Свойства функции Грина краевых задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона в пространстве. Решение краевой задачи Дирихле для уравнения Пуассона в полупространстве методом функции Грина.

ОЛ-1 §5.7.

### **МОДУЛЬ 3: Специальные функции**

*Лекция 19.* Гармонические функции и их свойства. Принцип максимума. Гармонические функции на плоскости. Метод конформных отображений для решения двумерных краевых задач.

ОЛ-1 §5.3.

*Лекция 20.* Гамма-функция Эйлера. Ее свойства. Бета-функция Эйлера. Связь между двумя функциями. Основные соотношения для гамма- и бета-функций.

ОЛ-2 Прил.1.

*Лекции 21–22.* Уравнение Бесселя. Функции Бесселя и их свойства. Ортогональность функций Бесселя. Нормы функций Бесселя. Дифференцирование функций Бесселя. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в цилиндрических областях. Уравнения, сводящиеся к уравнению Бесселя.

ОЛ-1 §Д.1.

*Лекции 23–25.* Сферические специальные функции (полиномы и функции Лежандра, присоединенные функции Лежандра). Ортогональность функций Лежандра. Ортогональность присоединенных функций Лежандра. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Гельмгольца в сферических областях.

ОЛ-1 §Д.2.

*Лекция 26.* Резерв.

## **ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ**

### **МОДУЛЬ 1: Постановка задач и метод разделения переменных**

*Занятие 1.* Свертка функций, ее свойства. Вычисление свертки непосредственным интегрированием. Вычисление свертки кусочно-линейных финитных функций.

Методическая разработка кафедры (МРК).

*Занятие 2.* Приведение дифференциальных уравнений 2-го порядка к каноническому виду. Общее решение.

Ауд.: МРК.

Дома: ОЛ-6 гл. 1 № 5, 11, 16, 21–23.

*Занятие 3.* Формула Даламбера и метод распространяющихся волн.

Ауд.: ОЛ-5 52, 54, 55; 59, 61, 63.

Дома: ОЛ-5 53, 56, 57; 60, 62, 69.

*Занятие 4.* Задача Штурма — Лиувилля.

МРК; МП-1; МП-7.

*Занятие 5.* Преобразование Фурье и его свойства. Вычисление преобразования Фурье.

МРК; МП-1; МП-7.

*Занятие 6.* Рубежный контроль по модулю 1.

### **МОДУЛЬ 2: Обобщенные функции**

*Занятие 7.* Основные и обобщенные функции.

Ауд.: МРК, ДЛ-6, 6.1, 6.9, 6.10, 6.13, 6.15, 6.15, 6.23.

Дома: 6.2, 6.3, 6.4, 6.8, 6.11, 6.14, 6.21, 6.31.

*Занятие 8.* Дифференцирование обобщенных функций.

Ауд.: МРК; ДЛ-6 7.1, 7.3, 7.6 (1,3,5,7), 7.14, 7.20 (1,3,5,7).

Дома: ДЛ-6 7.4, 7.5, 7.6 (2,4,6,8), 7.15, 7.20 (2,4,6,8).

*Занятие 9.* Преобразования Фурье и Лапласа обобщенных функций.

Ауд.: МРК; ДЛ-6 9.2, 9.6, 9.9, 9.11 (1,3,5,7), 10.1, 10.3, 10.5, 10.7, 10.17..

Дома: ДЛ-6 9.8, 9.11 (2,4,6,8), 9.14, 10.2, 10.4, 10.6, 10.8.

*Занятие 10.* Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов. Функция Грина.

Ауд.: МРК; ДЛ-6 11.2 (1,3), 11.4, 11.6, 11.12.

Дома: ДЛ-6 11.2 (2,4), 11.3, 11.5, 11.7, 11.10.

*Занятие 11.* Рубежный контроль по модулю 2.

### **МОДУЛЬ 3: Специальные функции**

*Занятие 12.* Решение краевой задачи для уравнения Лапласа/Пуассона в круге и в шаре методом разделения переменных.

МРК; ОЛ-4, пп. 5.5, 5.11; МП-6.

*Занятие 13.* Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре.

МРК; ОЛ-4 пп. 5.7.

*Занятие 14.* Решение краевой задачи для волнового уравнения и уравнения теплопроводности в круге.

МРК; ОЛ-4 пп. 5.19.

*Занятие 15.* Решение краевой задачи для уравнения Гельмгольца в круге и в шаре.

МРК; ОЛ-4 пп. 5.8, 5.9.

*Занятие 16.* Рубежный контроль по модулю 3.

*Занятие 17.* Резерв.

## **КОНТРОЛЬНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ**

### **МОДУЛЬ 1: Постановка задач и метод разделения переменных**

1. Домашнее задание «Постановка задач математической физики» (1–6 неделя).
2. Рубежный контроль по модулю (6 неделя).

### **МОДУЛЬ 2: Обобщенные функции**

3. Домашнее задание «Обобщенные функции» (7–11 неделя).
4. Рубежный контроль по модулю (11 неделя).

### **МОДУЛЬ 3: Специальные функции**

5. Домашнее задание «Специальные функции» (12–16 неделя).
6. Рубежный контроль по модулю (16 неделя).

## **ЛИТЕРАТУРА**

### *Основная литература (ОЛ)*

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400 с.
2. Волков И.К., Канатников А.Н. Интегральные преобразования: Учеб. для вузов. – 3-е изд, испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 368 с.
3. Власова Е.А. Ряды: Учеб. для вузов. – 3-е изд, испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 616 с.
4. Решебник. Высшая математика. Специальные разделы / Под ред. Кириллова А.И. – 2-е изд., стереотип. – М.: Физматлит, 2003.
5. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике: учеб. пособие для ун-тов. – 4-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2004. – 686 с.

### *Дополнительная литература (ДЛ)*

1. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГУ, Наука, 2004. – 416 с.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 572 с.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики, Наука, 2004.
4. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Мир, 1978.
5. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. – М.: МЦНМО, 2003.
6. Сборник задач по уравнениям математической физики / под ред. В.С. Владимирова. – 3-е изд, исправл. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 288 с.

### *Методические пособия (МП)*

1. Бутко Я.А., Элементы функционального анализа и методы математической физики, – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 65 с.
2. Жидков Е.Н., Чадов В.Б. Практическое руководство к применению специальных функций: учеб. пособие по курсу высшей математики. – Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 81 с.
3. Малов Ю.И., Сержантова М.М., Чередниченко А.В. Волновое уравнение: Методические указания к выполнению типового расчета по курсу «Уравнения математической физики». – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 47 с.

4. Лошкарев А.И., Облакова Т.В. Фундаментальное решение линейного дифференциального оператора и задача Коши: Методические указания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 71 с.

5. Паршев Л.П. Уравнения математической физики. Решение волнового уравнения методом распространяющихся волн: Методические указания к выполнению домашнего задания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 60 с.

6. Тверская Е.С., Чигирева О.Ю. Решение краевых задач для уравнения Лапласа: Методические указания к выполнению домашнего задания по курсу «Уравнения математической физики». – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 48 с.

7. Чигирева О.Ю. Ряды Фурье. Преобразование Фурье: Методические указания. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 51 с.

Кафедра  
Ответственный по кафедре  
Автор документа  
Телефон

ФН-12  
А.Н. Канатников  
А.Н. Канатников  
(499) 263-62-88