

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ

5 семестр, спец. ИУ9
(2016 год, Куликова О.В.)

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Э. Мендельсон. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1971. – 320 с.
2. А.А. Марков, Н.М. Нагорный. Теория алгоритмов. – М.: ФАЗИС, 1996. – 448+48 с.
3. А.Н. Колмогоров, А.Г. Драгалин. Математическая логика. - 3-е изд. – М.: КомКнига, 2006. – 240 с.
4. И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Наука, 1975. – 240 с.
5. В.А. Успенский, Н.К. Верещагин, В.Е. Плиско. Вводный курс математической логики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 128 с.

Дополнительная литература

1. С.К Клини. Введение в метаматематику. М.: Идиториал УРСС, 2005. – 480 с.
2. Ч. Чень, Р. Ли. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука, 1983. – 360 с.
3. А.И.Белоусов, С.Б.Ткачев. Дискретная математика: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. – 744 с.
4. А.С.Герасимов. Курс математической логики и теории вычислимости: Уч. пособие. – 4-е изд. – СПб.: Изд-во «Лань», 2014. – 416 с
5. Верещагин Н. К., Шень А Лекции по математической логике и теории алгоритмов Ч. 2 : Языки и исчисления. – 4-е изд., испр. – М. : МЦНМО, - 2012. - 240 с.
6. Верещагин Н. К., Шень А Лекции по математической логике и теории алгоритмов Ч. 3 : Вычислимые функции . – 4-е изд., испр. – М. : МЦНМО, - 2012. - 160 с.

Учебные пособия

1. В.И. Хомич. Логика высказываний и исчисление высказываний. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 43 с.

Электронные ресурсы

1. А.Н.Канатников. Конспект лекций по курсу «Математическая логика и теория алгоритмов», <http://mathmod.bmstu.ru/Docs/Eduwork/ml/ml.html>

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Математическая логика.

Лекция 1. (Логика высказываний) Предмет математической логики. Высказывания и истинностные значения высказываний. Логические операции. Язык алгебры высказываний. Пропозициональные формулы. Истинностные таблицы. Истинностная функция (булева функция). Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) и конъюнктивная нормальная форма (КНФ). Совершенные ДНФ и КНФ. Истинностная функция и ее связь с пропозициональной формулой. Типы пропозициональных формул: выполнимые,

опровержимые, тождественно истинные (тавтологии) и тождественно ложные (противоречия). Логические следствия. Логическая эквивалентность.

ОЛ-1, предисловие, гл. 1, §1-3; ДЛ-3, 6.1-6.5; УП-1, гл. I, § 1–7

Лекция 2. (Логика высказываний) Правило заключения («модус поненс»). Эквивалентные формулы. Формулы и подформулы. Подстановки. Сохранение эквивалентности при подстановках. Замена эквивалентным. Некоторые логические законы.

ОЛ-1, предисловие, гл. 1, §1-3; УП-1, гл. I, § 1–7

(Исчисление высказываний) Схемы аксиом и правило вывода исчисления высказываний. Вывод и вывод из гипотез в нем. Теорема о дедукции.

ОЛ-1, гл. 1, §4; УП-1, гл. II, § 1; ДЛ-1, гл. I, §10.

Лекция 3. (Исчисление высказываний) Следствия из теоремы о дедукции и правила естественного вывода для исчисления высказываний. Дополнительные правила техники естественного вывода (док-во на практических занятиях/самостоятельно).

ОЛ-1, гл. 1, §4; УП-1, гл. II, § 2, 3; ДЛ-1, гл. I, §11.

Лекции 4. (Исчисление высказываний) Непротиворечивость, полнота и разрешимость исчисления высказываний. Теоремы о его непротиворечивости, полноте и разрешимости. Независимость схем аксиом (без док-ва).

ОЛ-1, гл. 1, §4; УП-1, гл. II, § 4, 5; ДЛ-1, гл. I, §11-12.

Лекции 5. Язык 1-го порядка. Термы и формулы. Свободные и связанные вхождения переменных в формулы. Термы, свободные для переменной в формуле. Примеры языков 1-го порядка.

ОЛ-1, гл. 2, §1; ОЛ-3, часть I, гл. I, §1, гл. II, §§1-2; ОЛ-5, гл. 2, §§1,4-7; ДЛ-1, часть I, гл II, §16.

Лекция 6. Понятие интерпретации. Понятие алгебраической системы. Операции и предикаты. Выполнимость, истинность и логическая общезначимость. Истинность в конечных интерпретациях

ОЛ-1, гл. 2, § 2; ОЛ-5, гл. 2, §§8-10, 12; ДЛ-1, гл. II, §17.

Лекции 7. Равносильность. Предваренная форма.

ДЛ-1, гл. II, § 25; ОЛ-5, гл. 2, §§10-11.

Лекция 8. Схемы аксиом и правила вывода исчисления предикатов. Вывод и вывод из гипотез в нем. Теорема о дедукции и правила естественного вывода для исчисления предикатов. Примеры доказательств.

ОЛ-1, гл. 2, §§ 3, 4; ДЛ-1, гл. II, § 22-23.

Лекция 9. Теоремы о корректности исчисления предикатов и о его непротиворечивости. Модель множества замкнутых формул. Логическое следствие. Обобщенная теорема о корректности исчисления предикатов. Противоречивые и непротиворечивые множества формул и их свойства.

ОЛ-1, гл. 2, §§ 3-5; ОЛ-5, гл 3, § 6.

Лекции 10-11. Теорема о существовании модели (без доказательства). Теорема Левенгейма-Скулема (без доказательства). Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов в полноте и разрешимости (доказательство по модулю теоремы о существовании модели). Теорема о неразрешимости исчисления предикатов (без доказательства). Формальная и неформальная аксиоматические теории. Теории первого порядка. Исчисление предикатов с равенством. Язык и теория первого порядка для теории групп. Язык и теория первого порядка для арифметики Пеано. Проблемы полноты и разрешимости арифметики Пеано (без доказательства).

ОЛ-1, гл. 2, §§ 3-5, 8, 12, гл.3; ОЛ-3, гл. III, §§ 2,3, Доп. главы, гл. III; ОЛ-5, гл. 3, §§ 1, 6-7, гл 4.

Модуль 2. Теория алгоритмов.

Лекция 12. Проблемы математического определения алгоритма и доказательства. Интуитивная концепция алгоритма. Понятие конструктивного объекта. Алфавит, слово, язык, словарная функция. Машины Тьюринга. Вычислимость по Тьюрингу. Тезис Тьюринга (тезис Черча).

ОЛ-1, гл. 5, §§1-2; ОЛ-3, Доп. главы, гл. II, §§1-2; ОЛ-5, гл. 5, §§1, 4, 7; ДЛ-3, Д7.4.

Возможные две лекции.

Понятие нормального алгорифма Маркова. Основные примеры. Вычислимость по Маркову. Принцип нормализации. Эквивалентность алгорифмов. Теорема о переводе. Способы сочетания нормальных алгорифмов: теорема композиции.

Способы сочетания нормальных алгорифмов: теоремы объединения, разветвления и повторения. Универсальный алгорифм.

ОЛ-1, гл. 5, §1

Лекция 13. Разрешимые и перечислимые множества. Их свойства.

ОЛ-1, гл. 5, §3; ОЛ-3, Доп. главы, гл. II, §3; ОЛ-5, гл. 5, §§2-4.

Лекция 14. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые предикаты и их свойства. Рекурсивная перечислимость множества выводимых формул. Примитивно-рекурсивные функции. Частично рекурсивные и общерекурсивные функции. Подстановка, рекурсия, минимизация. Примитивно-рекурсивные предикаты и их свойства.

ОЛ-1, гл. 3, §3; ОЛ-3, Доп. главы, гл. 2, §§3- 4.

Лекция 15. Нумерация рекурсивных функций. Универсальная функция. Теорема об универсальной функции. Существование неразрешимых перечислимых множеств.

ОЛ-1, гл. 5, §3-4; ОЛ-3, Доп. главы, гл. 2, §§4-5.

Лекция 16. Примеры неразрешимых алгоритмических проблем. Неразрешимость проблемы самоприменимости и проблемы остановки. Теорема Райса (без док-ва).

Сложность алгоритмов и сложность вычислений. Понятия верхней и нижней оценок сложности. Классы сложности P и NP . NP -полные задачи.

ОЛ-1, гл. 5, §4; ОЛ-3, Доп. главы, гл. 2, §5; ОЛ-5, гл 5, § 8, МРК.

Лекция 17. Резерв

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Математическая логика.

Занятие 1. (Логика высказываний) Построение истинностных функций для пропозициональных формул логики высказываний. Решение задач, связанных с понятиями “тождественная истинность”, “выполнимость”, “опровержимость”, “эквивалентность формул”. Построение дизъюнктивных и конъюнктивных нормальных форм. СДНФ и СКНФ.

ОЛ-1, упр. к гл. 1, §1-3; ОЛ-4, часть II, § 1-2.

Занятие 2. (Исчисление высказываний) Вывод и вывод из гипотез в исчислении высказываний.

ОЛ-4, часть II, § 3.

Занятие 3-4. (Исчисление высказываний) Доказательство выводимости в исчислении высказываний пропозициональных формул с помощью теоремы о дедукции и правил естественного вывода. Обоснование дополнительных правил техники естественного вывода. Теорема о замене в ИВ (обоснование и использование).

ОЛ-1, упр. к гл. 1; ОЛ-4, часть II, § 3.

Занятие 5. (Логика предикатов.) Языки 1-го порядка. Терм. Формула и ее подформула. Ее свободные и связанные предметные переменные. Терм, свободный для переменной в формуле.

ОЛ-1, упр. к гл. 2, §1; ДЛ-2, упр. к гл. 3, §3.1; ОЛ-4, часть II, § 4.

Занятие 6. (Логика предикатов.) Интерпретация предикатных формул. Их общезначимость, выполнимость, опровержимость и противоречивость. Истинность в конечных интерпретациях.

ОЛ-1, упр. к гл. 2, §2; ОЛ-4, часть II, § 5.

Занятие 7. (Логика предикатов.) Равносильность формул. Предваренная форма.

ОЛ-4, часть II, § 5.

Занятие 8. (Исчисление предикатов.) Вывод и вывод из гипотез в исчислении предикатов. Варьирование предметных переменных в выводе из гипотез.

ОЛ-4, часть II, § 6.

Занятие 9. (Исчисление предикатов.) Доказательство выводимости в исчислении предикатов предикатных формул с помощью теоремы о дедукции и правил естественного вывода.

ОЛ-4, часть II, § 6.

Занятие 10. (Теории первого порядка.) Формальные аксиоматические теории. Формальная теория групп. Формальная арифметика.
ОЛ-4, часть II, § 7.

Занятие 11. РК, Коллоквиум.

Модуль 2. Теория алгоритмов.

Занятия 12-13. Машины Тьюринга. Вычисление словарных функций машинами Тьюринга. Тезис Тьюринга.

ОЛ-4, часть III, § 2; ДЛ-3, задачи 7.37, 7.38; МРК.

Возможные два занятия. Нормальные алгоритмы.
ОЛ-1, упр. к гл.5, §1; ОЛ-4, ч. III, §2; МРК.

Занятие 14. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества и предикаты.
ОЛ-4, часть III, § 3.

Занятие 15. Примитивно-рекурсивные функции.
ОЛ-4, ч. III, §1; МРК.

Занятие 16. РК

Занятие 17. Резерв

КОНТРОЛЬНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ

Модуль 1. Математическая логика.

- 1. Коллоквиум (11-я неделя)*
- 2. Рубежный контроль по модулю (11-я неделя)*
- 3. Домашнее задание №1 “Элементы математической логики” (выдача — 5 неделя, прием — 11 неделя).*

Модуль 2. Теория алгоритмов.

- 1. Рубежный контроль (теория + практика) по модулю (17-я неделя)*
- 2. Домашнее задание №2 “Элементы теории алгоритмов” (выдача — 11 неделя, прием — 16 неделя).*