

Задача 1

Для заданной пропозициональной формулы построить эквивалентные ей ДНФ и КНФ (4 балла).

1. $(y \rightarrow (x \wedge z)) \wedge \neg((x \vee z) \rightarrow y)$.
2. $\neg(x \wedge (y \vee \neg x)) \rightarrow ((\neg y \rightarrow x) \vee z)$.
3. $((((x \rightarrow y) \rightarrow \neg x) \rightarrow \neg y) \rightarrow \neg z) \rightarrow z$.
4. $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow ((\neg x \rightarrow \neg z) \rightarrow (x \rightarrow \neg y))$.
5. $((\neg x \rightarrow y) \rightarrow x) \rightarrow (x \rightarrow (y \wedge z))$.
6. $(z \rightarrow x) \rightarrow (\neg(y \vee z) \rightarrow x)$.
7. $\neg(x \wedge (y \vee z)) \rightarrow ((x \wedge y) \vee z)$.
8. $(\neg x \rightarrow y) \rightarrow (\neg(y \rightarrow \neg z) \rightarrow x)$.
9. $\neg(x \vee z) \rightarrow \neg(\neg x \rightarrow \neg(y \vee x))$.
10. $\neg(\neg x \rightarrow (\neg y \wedge z)) \rightarrow \neg((x \rightarrow \neg y) \rightarrow \neg x)$.
11. $(x \rightarrow \neg y) \rightarrow ((y \rightarrow x) \rightarrow \neg(z \rightarrow (x \wedge y)))$.
12. $((x \wedge y) \vee \neg z) \rightarrow \neg(x \wedge (y \vee z))$.
13. $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow \neg(y \rightarrow \neg x)$.
14. $((y \rightarrow x) \vee (\neg y \rightarrow z)) \rightarrow \neg(z \vee x)$.
15. $\neg(z \rightarrow \neg(y \wedge x)) \rightarrow (\neg x \vee \neg y)$.
16. $((x \rightarrow (y \wedge z)) \rightarrow (\neg y \rightarrow \neg x)) \rightarrow \neg y$.
17. $\neg(\neg x \rightarrow \neg(y \wedge \neg x)) \rightarrow (x \vee z)$.
18. $(\neg x \rightarrow \neg y) \rightarrow ((y \wedge \neg z) \rightarrow (\neg x \wedge z))$.
19. $\neg((x \wedge y) \rightarrow \neg z) \vee \neg((\neg x \wedge y) \rightarrow \neg y)$.
20. $\neg((x \wedge y) \rightarrow x) \vee (x \rightarrow (y \vee z))$.
21. $((x \wedge z) \rightarrow \neg y) \rightarrow ((y \rightarrow \neg z) \rightarrow x)$.
22. $(\neg(\neg x \rightarrow \neg y) \wedge (y \rightarrow z)) \rightarrow (x \vee \neg z)$.
23. $(y \rightarrow (x \vee z)) \rightarrow (\neg(x \wedge z) \rightarrow y)$.
24. $((x \rightarrow y) \rightarrow z) \rightarrow y \rightarrow \neg x$.
25. $((x \wedge \neg y) \rightarrow \neg z) \rightarrow ((\neg x \vee \neg y) \rightarrow y)$.
26. $\neg(x \rightarrow z) \rightarrow (\neg x \wedge (\neg y \vee z))$.
27. $\neg((\neg(x \vee z) \rightarrow y) \rightarrow (z \rightarrow y))$.
28. $(\neg y \rightarrow (z \vee x)) \rightarrow (\neg z \rightarrow z)$.

Задача 2

С помощью правил естественного вывода построить вывод пропозициональной формулы в теории **K**. Правилом замены эквивалентным не пользоваться (4 балла).

1. $\neg((X \rightarrow Y) \vee (\neg Y \rightarrow Z)) \sim (X \wedge \neg Y \wedge \neg Z)$.
2. $((X \wedge (Y \rightarrow Z)) \rightarrow Y) \sim \neg(X \wedge \neg Y)$.
3. $(\neg Z \rightarrow (\neg X \rightarrow \neg Y)) \sim (X \vee \neg Y \vee Z)$.
4. $(\neg Z \rightarrow \neg(\neg X \wedge \neg Y)) \sim (X \vee Y \vee Z)$.
5. $(\neg Y \rightarrow (\neg X \vee \neg(Y \rightarrow Z))) \sim (\neg X \vee Y)$.
6. $((\neg X \rightarrow Y) \vee (\neg Y \rightarrow \neg Z)) \sim (X \vee Y \vee \neg Z)$.
7. $\neg(\neg(\neg Z \rightarrow X) \rightarrow \neg Y) \sim (\neg X \wedge Y \wedge \neg Z)$.
8. $\neg((\neg Z \rightarrow X) \wedge \neg(\neg X \rightarrow \neg Y)) \sim (X \vee \neg Y \vee \neg Z)$.
9. $(\neg(\neg X \rightarrow \neg Y) \vee (Y \rightarrow Z)) \sim \neg(X \wedge Y \wedge \neg Z)$.
10. $\neg(\neg(\neg X \wedge \neg Z) \rightarrow Y) \sim ((X \vee Z) \wedge \neg Y)$.
11. $(\neg(Z \rightarrow Y) \rightarrow \neg(X \rightarrow Y)) \sim (X \vee Y \vee \neg Z)$.
12. $(\neg(X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow \neg(Y \rightarrow X)) \sim (\neg X \vee \neg Y \vee Z)$.
13. $(\neg(\neg X \rightarrow Y) \rightarrow (X \wedge (Y \vee Z))) \sim (X \vee Y)$.
14. $((X \rightarrow \neg Y) \vee (Y \rightarrow Z)) \rightarrow Z \sim ((X \wedge Y) \vee Z)$.
15. $((X \wedge \neg Y) \rightarrow (Y \vee \neg Z)) \sim (\neg X \vee Y \vee \neg Z)$.
16. $(\neg(X \rightarrow \neg Y) \rightarrow Z) \sim (\neg X \vee \neg Y \vee Z)$.
17. $\neg(\neg(X \vee Z) \rightarrow Y) \sim (\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z)$.
18. $((X \rightarrow Z) \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \sim (X \vee \neg Y \vee Z)$.
19. $\neg(\neg(\neg Y \vee Z) \rightarrow (\neg X \vee Z)) \sim (X \wedge Y \wedge \neg Z)$.
20. $(\neg(Z \rightarrow \neg X) \rightarrow \neg(Y \rightarrow \neg X)) \sim (\neg X \vee Y \vee \neg Z)$.
21. $(\neg(\neg X \vee Z) \rightarrow \neg(Y \wedge \neg Z)) \sim (\neg X \vee \neg Y \vee Z)$.
22. $((X \wedge Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg Y)) \sim (\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z)$.
23. $(\neg(Y \rightarrow \neg Z) \rightarrow (X \vee \neg Y)) \sim (X \vee \neg Y \vee \neg Z)$.
24. $((X \vee \neg Y) \rightarrow \neg(\neg Y \vee \neg Z)) \sim ((\neg X \vee Z) \wedge Y)$.
25. $((\neg X \wedge \neg Z) \rightarrow ((X \rightarrow Y) \rightarrow Y)) \sim (X \vee Y \vee Z)$.
26. $((Z \rightarrow Y) \rightarrow ((Y \wedge Z) \rightarrow X)) \sim \neg(\neg X \wedge Y \wedge Z)$.
27. $(\neg(\neg Y \rightarrow \neg Z) \rightarrow \neg X) \sim \neg(X \wedge \neg Y \wedge Z)$.
28. $(\neg(X \vee Z) \rightarrow ((X \rightarrow \neg Y) \rightarrow \neg Y)) \sim (X \vee \neg Y \vee Z)$.

Задача 3

Выяснить, к какому классу (общезначимых, выполнимых, опровержимых, противоречий) относится заданная формула (4 балла).

1. $\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y)$.
2. $\exists x \forall y (R(x, x) \wedge \neg R(x, y))$.
3. $\exists x \exists y (P(x) \wedge \neg P(y))$.
4. $\forall x (A(x) \rightarrow \neg B(x)) \rightarrow \neg (\forall x A(x) \wedge \exists x B(x))$.
5. $\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists y \forall x P(x, y)$.
6. $\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y)$.
7. $\forall x P(x) \rightarrow \exists x P(x)$.
8. $\neg (\exists x P(x) \rightarrow \forall x P(x))$.
9. $\exists x A(x) \wedge \exists x B(x) \rightarrow \exists x (A(x) \wedge B(x))$.
10. $\exists x \forall z (P(x, y) \vee P(y, z))$.
11. $\exists x (A(x) \wedge B(x)) \rightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$.
12. $\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \rightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$.
13. $\forall x (A(x) \rightarrow \neg B(x)) \rightarrow \neg (\exists x A(x) \wedge \forall x B(x))$.
14. $\neg \exists x A(x) \rightarrow \neg \forall x A(x)$.
15. $\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$.
16. $\exists x \exists y (P(x) \wedge P(y)) \vee \exists x \exists y (\neg P(x) \wedge \neg P(y))$.
17. $\forall x \exists z (P(x, y) \vee P(y, z))$.
18. $\exists x \forall z (P(x, y) \vee P(y, z))$.
19. $\forall x \forall y \forall z (P(x, y) \wedge P(y, z) \rightarrow P(x, z))$.
20. $\exists x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge \neg P(y, z))$.
21. $\neg \exists x \forall y A(x, y) \rightarrow \neg \forall x \exists y A(x, y)$.
22. $\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists x \exists y P(x, y)$.
23. $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y) \rightarrow \exists x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)))$.
24. $\forall x \forall y P(x, y) \rightarrow \exists y \exists x P(x, y)$.
25. $\neg \exists x \forall y (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow \forall x \exists y (B(x) \rightarrow A(x))$.
26. $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y)) \rightarrow \exists x \exists y (\neg P(x) \vee Q(y))$.
27. $\forall x \forall y (P(x) \vee \neg P(y))$.
28. $\exists x \neg (P(x) \rightarrow \forall y P(y))$.

Задача 4

Для заданной предикатной формулы построить эквивалентную ей предваренную нормальную форму (3 балла).

1. $\forall y [\exists x S(x, y) \rightarrow \neg(\forall x Q(x) \vee \exists y R(y))] \rightarrow \neg \forall x \exists y S(x, y)$.
2. $\exists y [\forall x S(x, y) \rightarrow \neg \forall y R(y)] \wedge \neg [\forall y Q(y) \rightarrow \forall x \exists y S(x, y)]$.
3. $\forall x Q(x) \rightarrow [\exists x R(x) \rightarrow (\neg(\forall x \neg \forall y S(x, y) \wedge \exists y R(y)) \rightarrow \exists x R(x))]$.
4. $[(\forall x R(x) \rightarrow \exists x Q(x)) \rightarrow \neg(\forall y Q(y) \rightarrow \neg \forall x \exists y S(x, y))] \rightarrow \exists x R(x)$.
5. $[\neg(\exists x R(x) \vee \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x \exists y S(x, y)] \vee \neg[\exists x Q(x) \rightarrow \exists x R(x)]$.
6. $[\forall x \exists y S(x, y) \rightarrow \exists y \forall x S(x, y)] \rightarrow \neg \exists x [R(x) \rightarrow \forall x Q(x)]$.
7. $\exists x (\forall y S(x, y) \rightarrow \forall x Q(x)) \vee \neg \exists y (\forall y R(y) \rightarrow \forall x S(x, y))$.
8. $[\neg(\exists x \forall y S(x, y) \rightarrow \exists x Q(x)) \rightarrow \forall x \neg \exists y S(x, y)] \rightarrow \exists x R(x)$.
9. $\exists y \neg [\exists y R(y) \vee \forall x S(x, y)] \rightarrow \exists x [\exists y S(x, y) \vee \exists x Q(x)]$.
10. $[\exists x R(x) \wedge \forall x (\forall x Q(x) \vee \exists y S(x, y))] \rightarrow \neg \forall y \exists x S(x, y)$.
11. $(\exists x R(x) \vee \forall x Q(x)) \rightarrow \neg [\exists x \forall y S(x, y) \rightarrow (\forall y R(y) \rightarrow \exists x Q(x))]$.
12. $[(\exists x R(x) \vee \exists x \forall y S(x, y)) \wedge (\exists x Q(x) \vee \forall x R(x))] \rightarrow \neg \exists y Q(y)$.
13. $\neg [\forall x \exists y S(x, y) \rightarrow (\forall x Q(x) \wedge \exists x R(x))] \rightarrow (\neg \forall x Q(x) \wedge \forall x R(x))$.
14. $\forall x Q(x) \rightarrow \neg [\exists x R(x) \rightarrow (\neg \forall x \exists y S(x, y) \rightarrow (\exists x Q(x) \wedge \exists y R(y)))]$.
15. $\neg \exists x \forall y S(x, y) \rightarrow \exists x [\forall y S(x, y) \rightarrow \neg(\forall x R(x) \rightarrow \forall x Q(x))]$.
16. $\neg [(\exists x (\forall y S(x, y) \rightarrow \forall x Q(x)) \vee \forall x R(x)) \rightarrow \forall x \exists y S(x, y)]$.
17. $[\exists x (\neg \exists y S(x, y) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow \neg \exists x Q(x)] \rightarrow \forall y \neg \forall x S(x, y)$.
18. $\forall x [(\forall x Q(x) \vee \exists x R(x)) \rightarrow \exists y S(x, y)] \vee \neg [\forall x Q(x) \rightarrow \forall x R(x)]$.
19. $\neg [(\forall x Q(x) \rightarrow \forall x R(x)) \wedge (\exists x Q(x) \rightarrow \exists x R(x))] \wedge \exists x \neg \exists y S(x, y)$.
20. $[\forall x R(x) \rightarrow \forall x (\exists x Q(x) \vee \exists y S(x, y))] \rightarrow \neg (\exists x Q(x) \rightarrow \exists x R(x))$.
21. $\neg \forall x [((\forall x Q(x) \vee \exists x R(x)) \wedge (\exists x Q(x) \vee \forall y S(x, y))) \rightarrow \exists y S(x, y)]$.
22. $(\forall x R(x) \wedge \neg \forall x Q(x)) \rightarrow \neg [\forall x R(x) \wedge (\exists x Q(x) \vee \forall x \exists y S(x, y))]$.
23. $(\neg \forall x Q(x) \rightarrow \forall x R(x)) \rightarrow [\neg(\forall x R(x) \rightarrow \neg \forall y \exists x S(x, y)) \rightarrow \forall x Q(x)]$.
24. $\neg [\forall x Q(x) \rightarrow \neg(\forall x R(x) \vee \exists x \forall y S(x, y))] \rightarrow (\forall x Q(x) \vee \exists x R(x))$.
25. $[\neg(\forall x R(x) \rightarrow \forall x Q(x)) \rightarrow \exists x Q(x)] \rightarrow \neg \exists x \forall y S(x, y)$.
26. $(\forall x R(x) \rightarrow \forall x Q(x)) \rightarrow [\neg(\forall x Q(x) \vee \exists x R(x)) \vee \exists y \forall x S(x, y)]$.
27. $[\exists x Q(x) \rightarrow (\forall x R(x) \rightarrow \forall x Q(x))] \rightarrow \neg [\forall x R(x) \rightarrow \forall x \exists y R(x, y)]$.
28. $[\neg(\forall x Q(x) \rightarrow \forall x R(x)) \wedge \forall x \neg \forall y S(x, y)] \rightarrow \neg \forall y \exists x S(x, y)$.