

Логика и теория алгоритмов
5-й семестр, ИУ9 (2020-21 уч.г.)
Модуль 1. Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы

1. Перечислите операции алгебры высказываний. Опишите содержательный смысл этих операций.
2. Опишите грамматику алгебры высказываний.
3. Дайте определение истинностной функции данной формулы. Всякая ли булева функция есть истинностная функция некоторой формулы?
4. Опишите классификацию формул алгебры высказываний.
5. Докажите теорему о *modus ponens*.
6. Дайте определение подстановки в алгебре высказываний. Сформулируйте теорему о подстановках. Что такое "замена эквивалентным"?
7. Докажите теорему об эквивалентных формулах (дизъюнкция и конъюнкция).
8. Докажите теорему об эквивалентных формулах (импликация и отрицание).
9. Дайте определение суперпозиции булевых функций. Что значит замыкание множества булевых функций?
10. Дайте определение полного множества булевых функций. Приведите примеры полных множеств (когнечных). Каково минимальное количество функций в полном множестве?
11. Дайте определения: дизъюнктивной (конъюнктивной) нормальной формы; совершенной дизъюнктивной (конъюнктивной) нормальной формы. Приведите примеры.
12. Дайте определение классов Поста и сформулируйте критерий Поста полноты множества булевых функций.
13. Перечислите схемы аксиом и правила вывода исчисления высказываний и.
14. Дайте определение вывода и вывода из гипотез (частного вывода) в исчислении высказываний. Что представляет собой вывод как структура данных?
15. Постройте в теории \mathcal{N} вывод формулы $X \rightarrow X$.
16. Сформулируйте и докажите теорему о дедукции.
17. Сформулируйте структурные правила естественного вывода. Объясните их смысл.
18. Сформулируйте логические правила естественного вывода. Укажите какими положениями теории \mathcal{N} они определяются.
19. Сформулируйте дополнительные правила естественного вывода. Постройте вывод одно-гоиз этих правил (на выбор).
20. Опишите глобальные свойства теории \mathcal{N} (непротиворечивость, полнота, разрешимость). Как связаны между собой множество тавтологий и множество формул, выводимых в \mathcal{N} .
21. Объясните понятие предметной переменной, связанное вхождение, свободное вхождение такой переменной в формулу.
22. Опишите понятие логико-математического языка. Чем в логико-математическом языке различаются константы и предметные переменные
23. Что такое кванторная приставка? область действия кванторной приставки?
24. Что такое переименование в логико-математическом языке? Опишите ситуации, когда переименование недопустимо.
25. Дайте определение конгруэнтных формул. Опишите рекурсивную процедуру для этого понятия.
26. Дайте определение подстановки в формулу. Укажите ситуации, когда подстановка не может быть реализована в формуле.

27. Сформулируйте теорему об эквивалентности при подстановке.
28. Опишите свойство чистоты переменных в формуле и сформулируйте лемму о чистоте переменных.
29. Что такое интерпретация логико-математического языка? Что называют моделью логико-математического языка? Приведите примеры.
30. Что называют оценкой языка? Какая формула называется оцененной? Какие формулы не требуют оценки?
31. Опишите классы предикатных формул. Дайте определение логически эквивалентных формул. Приведите примеры.
32. Запишите формулы одностороннего пронесения кванторов.
33. Опишите процедуру замены в предикатной формуле. Сформулируйте теорему о замене и правило замены эквивалентным.
34. Опишите понятие предваренной нормальной формы и сформулируйте теоремы о предваренной форме.
35. Запишите аксиомы и правила вывода исчисления P .
36. Запишите правила естественного вывода в исчислении предикатов.
37. Опишите глобальные свойства теории P
38. Опишите формальную теорию групп
39. Опишите формальную арифметику.

Типы задач

1. Построение ДНФ и КНФ.
2. Проверка пропозициональных формул и секвенций на истинность/ложность.
3. Построение вывода в исчислении высказываний
4. Проверка формул исчисления предикатов на истинность.
5. Построение предваренной нормальной формы.

Типовой вариант билета

1. Постройте в теории N вывод формулы $X \rightarrow X$. (6 баллов)
2. Дайте определение конгруэнтных формул. Опишите рекурсивную процедуру для этого понятия. (6 баллов)
3. Найти СДНФ для формулы $p \rightarrow r \rightarrow \neg p \rightarrow \neg r$. (6 баллов)
4. Проверить, является ли формула $\exists x(\neg A(x) \wedge \neg B(x)) \rightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$ выполнимой. (6 баллов)
5. Для формулы $\exists x(Q(x) \vee R(x)) \rightarrow \neg(\forall x R(x) \rightarrow \forall x Q(x))$ построить предваренную нормальную форму. (6 баллов)