

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 1

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(2, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$-x u_{xx} + 4x^3 u_{yy} + (1 + x^2)u_x + 2x^3 u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -4 - x, & -3 \leq x < -2; \\ x, & -2 \leq x \leq 2; \\ 4 - x, & 2 < x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(1, -2)$ ,  $C(2, -1)$ ,  $D(3, -1)$ ,  $E(4, -2)$ ,  $F(5, 0)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} = \frac{y-b}{8b}, \quad u'_x|_{x=a} = 0, \quad u'_y|_{y=0} = -\frac{1}{2a} \sin \frac{\pi x}{2a}, \quad u|_{y=b} = \sin \frac{5\pi x}{2a}.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 2

1. Для функции  $\varphi(x) = \operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 3]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(0, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(3, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} + 2(\sin x)u_{xy} + (\sin^2 x)u_{yy} + (\cos x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -4 \leq x < -2; \\ x, & -2 \leq x \leq 2; \\ -1, & 2 < x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 6]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 3)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $D(3, 3)$ ,  $E(4, 1)$ ,  $F(6, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= \frac{y(2b-y)}{4b^3}, & u|_{x=a} &= 0, & u'_y|_{y=0} &= -\frac{3}{2a} \cos \frac{3\pi x}{2a}, & u'_y|_{y=b} &= \frac{1}{2a} \cos \frac{3\pi x}{2a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 3

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(-1, 2)$ ,  $C(1, 2)$ ,  $D(2, 0)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$y^4 u_{xx} + 2y^2 u_{xy} + u_{yy} - \frac{2}{y} u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -3 \leq x \leq 1; \\ 2, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 6]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 2)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(2, 1)$ ,  $D(4, 3)$ ,  $E(5, 3)$ ,  $F(6, 2)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \max\{0, 1 - x^2\},$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} &= \frac{y-b}{8b}, & u|_{x=a} &= 0, & u'_y|_{y=0} &= -\frac{2}{a} \sin \frac{2\pi x}{a}, & u|_{y=b} &= \sin \frac{\pi x}{a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 4

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 3]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(1, 2)$ ,  $D(3, 0)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$4y^2 u_{xx} + 2(1 - y^2)u_{xy} - u_{yy} - \frac{4y}{1 + y^2} u_x + \frac{2y}{1 + y^2} u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -2, & -3 \leq x < -1; \\ 1 - |x|, & -1 \leq x \leq 1; \\ -2, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 2)$ ,  $C(2, 3)$ ,  $D(3, 3)$ ,  $E(4, 2)$ ,  $F(5, 0)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x - 2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(0.5(x - 1)) \cdot \text{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= \frac{y - b}{2b}, & u'_x|_{x=a} &= 0, & u|_{y=0} &= 1, & u|_{y=b} &= \cos \frac{\pi x}{a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 5

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, -2)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(2, 2)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$y^2 u_{xx} - 2y u_{xy} + u_{yy} - u_x = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2, & -3 \leq x \leq 1; \\ x - 3, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 8]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 2)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $C(3, 4)$ ,  $D(6, 1)$ ,  $E(7, 1)$ ,  $F(8, 2)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x - 2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(0.5(x + 1)) \cdot \text{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} &= \frac{y-b}{2b}, & u'_x|_{x=a} &= 0, & u|_{y=0} &= -\sin \frac{5\pi x}{2a}, & u|_{y=b} &= \sin \frac{\pi x}{2a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 6

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 2)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(2, -2)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} - 2(\cos x)u_{xy} - (3 + \sin^2 x)u_{yy} + (\sin x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2, & -2 \leq x < -1; \\ |x|, & -1 \leq x \leq 1; \\ 2, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-2, 2]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 2)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $D(3, 1)$ ,  $E(4, 2)$ ,  $F(5, 0)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(x - 0.5) + \Lambda(x + 0.5),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= \frac{y(y-2b)}{64b^2}, & u'_x|_{x=a} &= 0, & u|_{y=0} &= -\cos \frac{\pi x}{a}, & u'_y|_{y=b} &= \frac{3}{a} \cos \frac{3\pi x}{a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 7

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 4]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(1, -2)$ ,  $C(3, -2)$ ,  $D(4, 0)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$y^2 u_{xx} - 2y u_{xy} + u_{yy} + u_x - \frac{2}{y} u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 3, & -4 \leq x < -2; \\ -x, & -2 \leq x \leq 2; \\ -3, & 2 < x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 7]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(2, -2)$ ,  $C(3, -1)$ ,  $D(4, -2)$ ,  $E(5, -2)$ ,  $F(7, 0)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}(\text{rect}(0.5x) + \text{rect}(x + 0.5)),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} &= \frac{y(y-2b)}{32b^2}, & u|_{x=a} &= 0, & u|_{y=0} &= -\sin \frac{2\pi x}{a}, & u'_y|_{y=b} &= \frac{1}{a} \sin \frac{\pi x}{a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 8

1. Для функции  $\varphi(x) = \operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(2, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} - 2(\sin x)u_{xy} - (\cos^2 x)u_{yy} - u_x + (\sin x - \cos x - 1)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & -4 \leq x \leq 2; \\ 2, & 2 < x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 9]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $C(4, 3)$ ,  $D(5, 3)$ ,  $E(7, 1)$ ,  $F(9, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}(\operatorname{rect}(x-0.5) + \operatorname{rect}(0.5x)),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} &= -\cos \frac{5\pi y}{2b}, & u'_x|_{x=a} &= \frac{1}{2b} \cos \frac{\pi y}{2b}, & u'_y|_{y=0} &= \frac{x(x-2a)}{64a^3}, & u|_{y=b} &= 0. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 9

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 2)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(3, 0)$ ,  $D(5, 2)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \circledast \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} + 2(\sin x)u_{xy} + (\sin^2 x)u_{yy} - u_x - (\sin x - \cos x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -2, & -4 \leq x < -2; \\ x, & -2 \leq x \leq 2; \\ 2, & 2 < x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 9]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(3, 3)$ ,  $C(4, 2)$ ,  $D(5, 2)$ ,  $E(6, 3)$ ,  $F(9, 0)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \left(1 - \frac{(x-1)^2}{4}\right) \cdot \text{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} = -\frac{1}{b} \cos \frac{\pi y}{b}, \quad u|_{x=a} = 1, \quad u'_y|_{y=0} = \frac{x-a}{16a^2}, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 10

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 4]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, -1)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(3, 1)$ ,  $D(4, -1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} + 2(\cos x)u_{xy} - (\sin^2 x)u_{yy} - (\sin x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} x, & -3 \leq x \leq 1; \\ 1, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 9]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $C(4, 3)$ ,  $D(5, 3)$ ,  $E(8, 0)$ ,  $F(9, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \left(1 - \frac{(x+1)^2}{4}\right) \cdot \text{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} &= -\cos \frac{\pi y}{2b}, & u|_{x=a} &= \cos \frac{\pi y}{2b}, & u'_y|_{y=0} &= \frac{x-a}{2a^2}, & u|_{y=b} &= 0. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 11

1. Для функции  $\varphi(x) = \operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 2)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(3, 0)$ ,  $D(5, 2)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} + 2x^2 u_{xy} + x^4 u_{yy} + u_x + (x^2 + 2x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -3 \leq x < -1; \\ 1 - |x|, & -1 \leq x \leq 1; \\ 1, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 3)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(2, 0)$ ,  $D(3, 0)$ ,  $E(4, 1)$ ,  $F(5, 3)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(0.5(x-1)) \cdot \operatorname{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= -\frac{1}{b} \sin \frac{\pi y}{b}, & u'_x|_{x=a} &= \frac{1}{3b} \sin \frac{\pi y}{b}, & u|_{y=0} &= \frac{x(2a-x)}{4a^2}, & u|_{y=b} &= 0. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 12

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 4]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, -1)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(3, 1)$ ,  $D(4, -1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$4y^3 u_{xx} - y u_{yy} + 2y^3 u_x + (1 + y^2)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2, & -3 \leq x \leq 1; \\ 3 - x, & 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 7]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 2)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(2, 1)$ ,  $D(3, 0)$ ,  $E(4, 2)$ ,  $F(7, 2)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & t > 0; \\ u|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(0.5(x+1)) \cdot \text{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & 0 < y < b; \\ u|_{x=0} &= -\sin \frac{\pi y}{b}, & u'_x|_{x=a} &= \frac{2}{b} \sin \frac{2\pi y}{b}, & u|_{y=0} &= \frac{x(x-2a)}{32a^2}, & u|_{y=b} &= 0. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 13

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect}(x-1)$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(2, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$9y^5 u_{xx} - y u_{yy} + 18y^5 u_x + (2 - 6y^3)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x < -1; \\ |x|, & -1 \leq x \leq 1; \\ 1, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-2, 2]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 8]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(3, 3)$ ,  $D(4, 3)$ ,  $E(5, 4)$ ,  $F(8, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} = -\frac{1}{2b} \sin \frac{\pi y}{2b}, \quad u'_x|_{x=a} = \frac{3}{2b} \sin \frac{3\pi y}{2b}, \quad u|_{y=0} = \frac{x(2a-x)}{4a^2}, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 14

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect}(x-1)$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(2, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} - 2(\sin x)u_{xy} - (\cos^2 x)u_{yy} - 2u_x + (2\sin x + 2 - \cos x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2, & -4 \leq x < -2; \\ -x, & -2 \leq x \leq 2; \\ -2, & 2 < x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[1, 8]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(1, 1)$ ,  $B(3, 3)$ ,  $C(4, 2)$ ,  $D(5, 3)$ ,  $E(6, 3)$ ,  $F(8, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} = -\sin \frac{\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = \sin \frac{5\pi y}{2b}, \quad u|_{y=0} = \frac{x-a}{2a}, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 15

1. Для функции  $\varphi(x) = \text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 3]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(0, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(3, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$-x u_{xx} + 4x^3 u_{yy} + (1 - 4x^2)u_x + 8x^3 u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & -4 \leq x \leq 2; \\ 8 - 2x, & 2 < x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 9]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, -2)$ ,  $B(1, -3)$ ,  $C(2, -3)$ ,  $D(5, 0)$ ,  $E(7, -2)$ ,  $F(9, -2)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x - 2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \max\{0, 1 - x^2\},$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u'_x|_{x=a} = \frac{b-y}{16b^2}, \quad u'_y|_{y=0} = -\frac{3}{2a} \sin \frac{3\pi x}{2a}, \quad u|_{y=b} = \sin \frac{\pi x}{2a}.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 16

1. Для функции  $\varphi(x) = -\text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(-1, 2)$ ,  $C(1, 2)$ ,  $D(2, 0)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$y^2 u_{xx} - 2y u_{xy} + u_{yy} - \frac{1}{y} u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -3 \leq x < -2; \\ \frac{|x|}{2}, & -2 \leq x < 2; \\ 1, & 2 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 7]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $D(5, 2)$ ,  $E(6, 1)$ ,  $F(7, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(0.5(x-1)) \cdot \text{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=a} = \frac{y(y-2b)}{4b^2}, \quad u'_y|_{y=0} = -\frac{1}{2a} \cos \frac{\pi x}{2a}, \quad u'_y|_{y=b} = \frac{3}{2a} \cos \frac{3\pi x}{2a}.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 17

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 3]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 0)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(1, 2)$ ,  $D(3, 0)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} - 2(\sin x)u_{xy} - (\cos^2 x)u_{yy} + 2u_x - (2 + \cos x + 2 \sin x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -4 - x, & -3 \leq x < -2; \\ x, & -2 \leq x < 1; \\ 1, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 2)$ ,  $C(2, 3)$ ,  $D(3, 2)$ ,  $E(4, 2)$ ,  $F(5, 0)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(0.5(x+1)) \cdot \operatorname{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=a} = \frac{b-y}{8b}, \quad u'_y|_{y=0} = -\frac{4}{a} \sin \frac{4\pi x}{a}, \quad u|_{y=b} = \sin \frac{\pi x}{a}.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 18

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, -2)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(2, 2)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} + 2x^2 u_{xy} + x^4 u_{yy} + 2x u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -3 - x, & -4 \leq x < -2; \\ x, & -2 \leq x < 2; \\ -1, & 2 \leq x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 9]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(3, 3)$ ,  $D(4, 4)$ ,  $E(8, 0)$ ,  $F(9, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(x - 0.5) + \Lambda(x + 0.5),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u'_x|_{x=a} = \frac{b-y}{2b^2}, \quad u|_{y=0} = -\cos \frac{2\pi x}{a}, \quad u|_{y=b} = 1.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 19

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 2)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(2, -2)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} + 2x^2 u_{xy} + x^4 u_{yy} - u_x + (2x - x^2)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} x + 4, & -4 \leq x < -2; \\ -x, & -2 \leq x < 2; \\ -2, & 2 \leq x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 9]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, -1)$ ,  $B(1, -1)$ ,  $C(2, 0)$ ,  $D(5, -3)$ ,  $E(7, -3)$ ,  $F(9, -1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}(\operatorname{rect}(0.5x) + \operatorname{rect}(x + 0.5)),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} &= 0, & u'_x|_{x=a} &= \frac{b-y}{2b^2}, & u|_{y=0} &= \sin \frac{\pi x}{2a}, & u|_{y=b} &= \sin \frac{3\pi x}{2a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 20

1. Для функции  $\varphi(x) = -\text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 4]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(1, -2)$ ,  $C(3, -2)$ ,  $D(4, 0)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$y^2 u_{xx} + 2y u_{xy} + u_{yy} + (1 - y)u_x - u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -3 \leq x < 0; \\ x, & 0 \leq x < 1; \\ 2, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 9]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, -1)$ ,  $B(2, 1)$ ,  $C(3, 0)$ ,  $D(5, 2)$ ,  $E(8, -1)$ ,  $F(9, -1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}(\text{rect}(x - 0.5) + \text{rect}(0.5x)),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= 0, & u'_x|_{x=a} &= \frac{y(2b-y)}{64b^3}, & u|_{y=0} &= 1, & u'_y|_{y=b} &= \frac{1}{a} \cos \frac{\pi x}{a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 21

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(2, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$-x u_{xx} + 9x^5 u_{yy} + (2 - 6x^3)u_x + 18x^5 u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2, & -3 \leq x < -2; \\ -x, & -2 \leq x < 1; \\ 2, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 10]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 3)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(4, 1)$ ,  $D(5, 2)$ ,  $E(7, 0)$ ,  $F(10, 3)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \left(1 - \frac{(x-1)^2}{4}\right) \cdot \operatorname{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=a} = \frac{y(2b-y)}{32b^2}, \quad u|_{y=0} = -\sin \frac{2\pi x}{a}, \quad u'_y|_{y=b} = \frac{2}{a} \sin \frac{2\pi x}{a}.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 22

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 2)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(3, 0)$ ,  $D(5, 2)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \circledast \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$y^2 u_{xx} + 2y u_{xy} + u_{yy} + (1 + y)u_x + u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 6, & -3 \leq x < -2; \\ 2, & -2 \leq x < 1; \\ 3 - x, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 7]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 2)$ ,  $C(4, 2)$ ,  $D(5, 1)$ ,  $E(6, 1)$ ,  $F(7, 0)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x - 2), \quad u'_t|_{t=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \left(1 - \frac{(x+1)^2}{4}\right) \cdot \operatorname{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} = -\cos \frac{\pi y}{2b}, \quad u'_x|_{x=a} = \frac{1}{2b} \cos \frac{\pi y}{2b}, \quad u'_y|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=b} = \frac{x(2a-x)}{32a^2}.$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 23

1. Для функции  $\varphi(x) = -\text{rect } x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 4]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, -1)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(3, 1)$ ,  $D(4, -1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} - 2(\sin x)u_{xy} - (\cos^2 x)u_{yy} + u_x + (1 - \cos x - \sin x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -3 \leq x < -2; \\ 2 - |x|, & -2 \leq x < 2; \\ 1, & 2 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 7]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 0)$ ,  $B(1, -1)$ ,  $C(2, -1)$ ,  $D(3, -2)$ ,  $E(5, -2)$ ,  $F(7, 0)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(0.5(x-1)) \cdot \text{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= -\frac{2}{b} \cos \frac{2\pi y}{b}, & u|_{x=a} &= 1, & u'_y|_{y=0} &= 0, & u'_y|_{y=b} &= \frac{a-x}{16a^2}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 24

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 2)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(3, 0)$ ,  $D(5, 2)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$y^2 u_{xx} + 2y u_{xy} + u_{yy} + u_x = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2, & -4 \leq x < -2; \\ x + 2, & -2 \leq x < 2; \\ 2, & 2 \leq x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 10]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 3)$ ,  $B(0, 5)$ ,  $C(4, 1)$ ,  $D(5, 2)$ ,  $E(7, 0)$ ,  $F(10, 3)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u'_x|_{x=0} &= 0, & u|_{t=0} &= \varphi(x-2), & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(0.5(x+1)) \cdot \operatorname{rect}(0.5x),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 1; 1.5; 2; 2.5; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u|_{x=0} &= -\cos \frac{3\pi y}{2b}, & u|_{x=a} &= \cos \frac{\pi y}{2b}, & u'_y|_{y=0} &= 0, & u|_{y=b} &= \frac{a-x}{2a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 25

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 4]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, -1)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(3, 1)$ ,  $D(4, -1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$(\sin^2 y)u_{xx} + 2(\cos y)u_{xy} - u_{yy} - (\sin y)u_x = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -3 \leq x < -1; \\ 2, & -1 \leq x < 1; \\ x - 3, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[2, 14]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(2, 3)$ ,  $B(4, 1)$ ,  $C(5, 2)$ ,  $D(7, 0)$ ,  $E(12, 5)$ ,  $F(14, 3)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & t > 0; \\ u|_{x=0} &= \mu(t-1), & u|_{t=0} &= 0, & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\mu(t) = \Lambda(t),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 0.5; 1; 1.5; 2; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= -\frac{3}{b} \sin \frac{3\pi y}{b}, & u'_x|_{x=a} &= \frac{1}{b} \sin \frac{\pi y}{b}, & u|_{y=0} &= 0, & u|_{y=b} &= \frac{x(x-2a)}{4a^2}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 26

1. Для функции  $\varphi(x) = -\text{rect}(x-1)$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(2, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} - 2x u_{xy} + x^2 u_{yy} - u_x + (x - 1)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -3 - x/2, & -4 \leq x < -2; \\ x, & -2 \leq x < 2; \\ 3 - x/2, & 2 \leq x \leq 4, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-4, 4]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[1, 8]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(1, 1)$ ,  $B(3, 3)$ ,  $C(4, 3)$ ,  $D(5, 2)$ ,  $E(6, 3)$ ,  $F(8, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= \mu(t-1), & u|_{t=0} &= 0, & \quad u'_t|_{t=0} = 0, \end{aligned}$$

где

$$\mu(t) = \Lambda^2(t),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 0.5; 1; 1.5; 2; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= \frac{y^2}{b^2}, & u|_{x=a} &= 0, & \quad u'_y|_{y=0} = \frac{3}{2a} \cos \frac{3\pi x}{2a}, & \quad u'_y|_{y=b} = \frac{1}{2a} \cos \frac{\pi x}{2a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 27

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(2, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$(3 + \sin^2 y)u_{xx} - 2(\cos y)u_{xy} - u_{yy} + (\sin y)u_x = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -3 \leq x < -1; \\ x + 1, & -1 \leq x < 0; \\ x - 1, & 0 \leq x < 1; \\ 1, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 9]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(4, 3)$ ,  $D(5, 3)$ ,  $E(6, 4)$ ,  $F(9, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= \mu(t-1), & u|_{t=0} &= 0, & \quad u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\mu(t) = \max\{0, 1 - t^2\},$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 0.5; 1; 1.5; 2; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= \frac{b^2 - y^2}{8b^2}, & u|_{x=a} &= 0, & \quad u'_y|_{y=0} &= \frac{2}{a} \sin \frac{\pi x}{a}, & \quad u|_{y=b} &= \sin \frac{2\pi x}{a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 28

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 3]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(0, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(3, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$9y^5 u_{xx} - y u_{yy} + 6y^5 u_x + (2 + 2y^3)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -3 \leq x < -1; \\ 2, & -1 \leq x < 1; \\ 3 - x, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 8]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 2)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(4, 1)$ ,  $D(6, 3)$ ,  $E(7, 3)$ ,  $F(8, 2)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= \mu(t-1), & u|_{t=0} &= 0, & \quad u'_t|_{t=0} = 0, \end{aligned}$$

где

$$\mu(t) = \Lambda(0.5(t-1)) \cdot \operatorname{rect}(0.5t),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 0.5; 1; 1.5; 2; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= \frac{y(b-y)}{2b^2}, & u'_x|_{x=a} &= 0, & \quad u|_{y=0} = 1, & \quad u|_{y=b} = \cos \frac{\pi x}{a}. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 29

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} x$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 2]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(2, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$(\cos^2 y)u_{xx} - 2(\sin y)u_{xy} - u_{yy} + (1 - \cos y + \sin y)u_x + u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -3 \leq x < -1; \\ 2 - x, & -1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 5]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(2, 3)$ ,  $D(3, 2)$ ,  $E(4, 1)$ ,  $F(5, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & \quad t > 0; \\ u|_{x=0} &= \mu(t - 1), & u|_{t=0} &= 0, & \quad u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\mu(t) = \Lambda(0.5(t + 1)) \cdot \operatorname{rect}(0.5t),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 0.5; 1; 1.5; 2; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= 1, & u|_{x=a} &= \frac{1}{b} \cos \frac{\pi y}{b}, & \quad u'_y|_{y=0} &= \frac{x^2 - a^2}{16a^2}, & \quad u'_y|_{y=b} &= 0. \end{aligned}$$

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020–21 уч.г.

## Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 30

1. Для функции  $\varphi(x) = -\operatorname{rect} \frac{x}{2}$  и функции  $\psi(x)$ , которая вне отрезка  $[-2, 3]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(0, -1)$ ,  $C(1, -1)$ ,  $D(3, 1)$ : а) построить их графики; б) вычислить свертку  $\varphi * \psi$  и ковариацию  $\varphi \otimes \psi$ ; в) построить графики свертки и ковариации. (1 балл)

2. Определить тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} + 2x u_{xy} + x^2 u_{yy} + u_x + (1+x)u_y = 0,$$

привести его к каноническому виду. (1 балл)

3. Разложите функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 6, & -3 \leq x < -2; \\ -x, & -2 \leq x < 1; \\ 3 - x, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$$

заданную на отрезке  $[-3, 3]$ , в тригонометрический ряд Фурье. Постройте график функции  $f(x)$  и график суммы  $S(x)$  ее ряда Фурье. (1 балл)

4. Найти преобразование Фурье функции  $f(x)$ , которая вне отрезка  $[0, 6]$  равна нулю, а на этом отрезке графиком функции является ломаная, соединяющая точки  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(2, 3)$ ,  $D(3, 3)$ ,  $E(5, 1)$ ,  $F(6, 1)$  (1 балл)

5. Для задачи

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx}, & x > 0, & t > 0; \\ u|_{x=0} &= \mu(t - 1.5), & u|_{t=0} &= 0, & u'_t|_{t=0} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\mu(t) = \Lambda(t - 0.5) + \Lambda(t + 0.5),$$

нарисовать профиль струны в моменты времени  $t = 0; 0.5; 1; 1.5; 2; 3; 5$ . (1 балл)

6. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (1 балл):

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 < x < a, & 0 < y < b; \\ u'_x|_{x=0} &= \frac{y(y-b)}{2b^2}, & u'_x|_{x=a} &= 0, & u|_{y=0} &= \cos \frac{2\pi x}{a}, & u|_{y=b} &= \cos \frac{\pi x}{a}. \end{aligned}$$