

# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 1

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

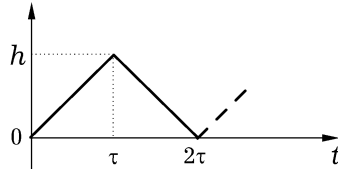
$$\Delta u = e^{-r^2}, \quad r > 0, \quad \pi/4 < \varphi < 3\pi/4;$$
$$u|_{\varphi=\pi/4} = 0, \quad u'|_{\varphi=3\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{1 - e^{-t}}{t}, \quad \int_0^t \frac{1 - e^{-\tau}}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

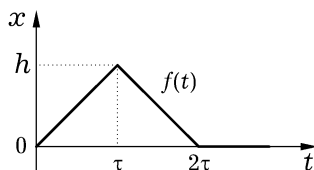


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{p(p^2 + 1)}, \quad \frac{1}{p^2(p^2 + 1)}, \quad \frac{1}{p^3(p^2 + 1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 2

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

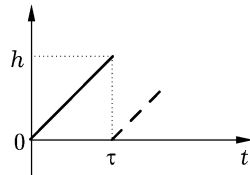
$$\Delta u = \frac{1}{r^2 + 1}, \quad r > 0, \quad 3\pi/4 < \varphi < 5\pi/4;$$
$$u|_{\varphi=3\pi/4} = 0, \quad u|_{\varphi=5\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{e^t - 1}{t}, \quad \int_0^t \frac{e^\tau - 1}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

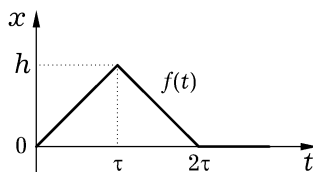


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{p(p^2 - 1)}, \quad \frac{1}{p^2(p^2 - 1)}, \quad \frac{1}{p^3(p^2 - 1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 3

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

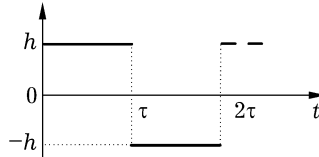
$$\Delta u = e^{-r^2+2}, \quad r > 0, \quad -3\pi/4 < \varphi < -\pi/4;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-3\pi/4} = 0, \quad u'_\varphi|_{\varphi=-\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\sin t}{t}, \quad \int_0^t \frac{\sin \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

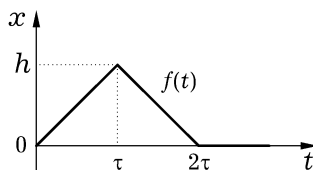


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{p^4 - 1}, \quad \frac{p}{p^4 - 1}, \quad \frac{p^2}{p^4 - 1}, \quad \frac{p^3}{p^4 - 1}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x' = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 4

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

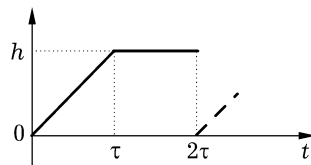
$$\Delta u = \frac{1}{r^2 + 5}, \quad r > 0, \quad -\pi/4 < \varphi < \pi/4;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-\pi/4} = 0, \quad u|_{\varphi=\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{1 - \cos t}{t}, \quad \int_0^t \frac{1 - \cos \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

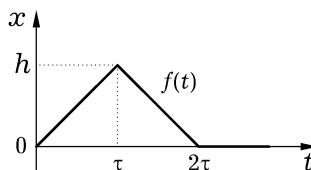


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{p}{p^4 - 1}, \quad \frac{1}{p^4 - 1}, \quad \frac{1}{p(p^4 - 1)}, \quad \frac{1}{p^2(p^4 - 1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 5

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

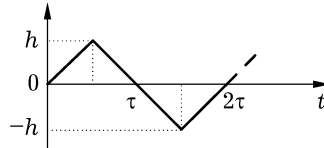
$$\Delta u = r e^{-r^2}, \quad r > 0, \quad \pi/2 < \varphi < \pi;$$
$$u|_{\varphi=\pi/2} = 0, \quad u'|_{\varphi=\pi} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\operatorname{ch} t - 1}{t}, \quad \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \tau - 1}{t} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

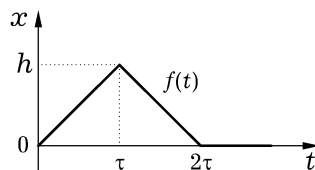


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p^2 + 1)^2}, \quad \frac{p}{(p^2 + 1)^2}, \quad \frac{p^2}{(p^2 + 1)^2}, \quad \frac{p^3}{(p^2 + 1)^2}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 3x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 6

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

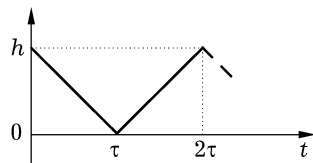
$$\Delta u = \frac{1}{r^4 + 3}, \quad r > 0, \quad \pi < \varphi < 3\pi/2;$$
$$u|_{\varphi=\pi} = 0, \quad u|_{\varphi=3\pi/2} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\text{sh } t}{t}, \quad \int_0^t \frac{\text{sh } \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

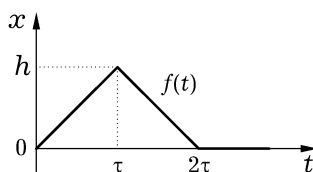


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{p}{(p^2 + 1)^2}, \quad \frac{1}{(p^2 + 1)^2}, \quad \frac{1}{p(p^2 + 1)^2}, \quad \frac{1}{p^2(p^2 + 1)^2}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 7

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

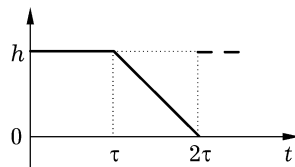
$$\Delta u = \frac{3}{r^2 + 1}, \quad r > 0, \quad -\pi/2 < \varphi < 0;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-\pi/2} = 0, \quad u'_\varphi|_{\varphi=0} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\cos \alpha t - \cos \beta t}{t}, \quad \int_0^t \frac{\cos \alpha \tau - \cos \beta \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

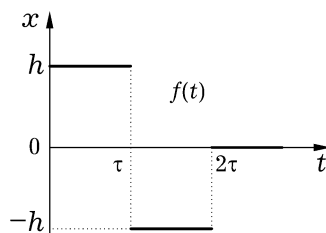


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p-1)(p^2+1)}, \quad \frac{p}{(p-1)(p^2+1)}, \quad \frac{p^2}{(p-1)(p^2+1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 8

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

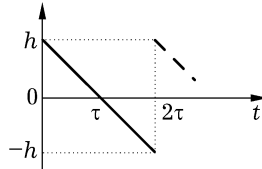
$$\Delta u = e^{-r^2} \sin r, \quad r > 0, \quad -\pi < \varphi < -\pi/2;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-\pi} = 0, \quad u|_{\varphi=-\pi/2} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\operatorname{ch} t - \cos t}{t}, \quad \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \tau - \cos \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

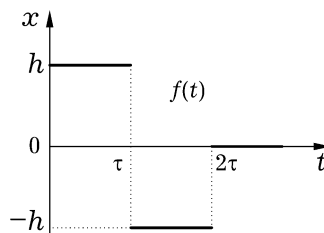


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{p}{(p-1)(p^2+1)}, \quad \frac{1}{(p-1)(p^2+1)}, \quad \frac{1}{p(p-1)(p^2+1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 9

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

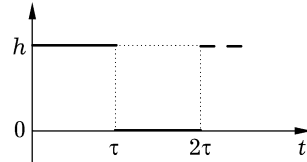
$$\Delta u = e^{-r^2} \cos r, \quad r > 0, \quad \pi/4 < \varphi < 3\pi/4;$$
$$u|_{\varphi=\pi/4} = 0, \quad u|_{\varphi=3\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{e^{\alpha t} - e^{\beta t}}{t}, \quad \int_0^t \frac{e^{\alpha \tau} - e^{\beta \tau}}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

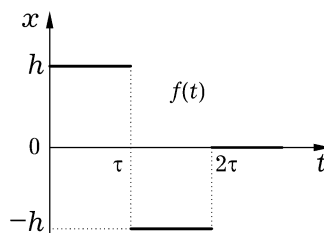


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p+1)(p^2+1)}, \quad \frac{p}{(p+1)(p^2+1)}, \quad \frac{p^2}{(p+1)(p^2+1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x' = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



**Интегральные преобразования  
и уравнения математической физики**

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

**Домашнее задание 2 (модуль 2)**

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

**ВАРИАНТ 10**

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

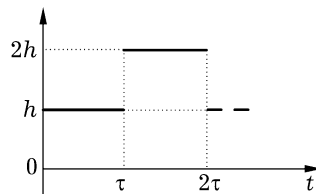
$$\Delta u = \frac{1}{r^2 + 1}, \quad r > 0, \quad 3\pi/4 < \varphi < 5\pi/4;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=3\pi/4} = 0, \quad u'_\varphi|_{\varphi=5\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{e^t - \cos t}{t}, \quad \int_0^t \frac{e^\tau - \cos \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго) (1 балл):

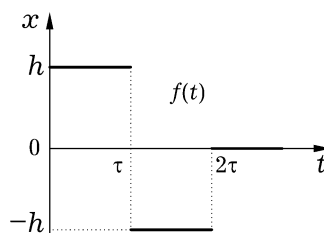


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{p}{(p+1)(p^2+1)}, \quad \frac{1}{(p+1)(p^2+1)}, \quad \frac{1}{p(p+1)(p^2+1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 11

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

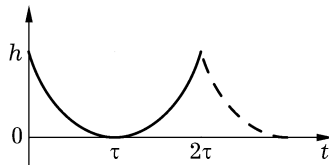
$$\Delta u = e^{-r^2+2}, \quad r > 0, \quad -3\pi/4 < \varphi < -\pi/4;$$
$$u|_{\varphi=-3\pi/4} = 0, \quad u'|_{\varphi=-\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\cos t - e^{-t}}{t}, \quad \int_0^t \frac{\cos \tau - e^{-\tau}}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

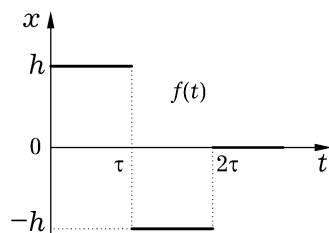


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{p(p-1)}, \quad \frac{1}{p^2(p-1)}, \quad \frac{1}{p^3(p-1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 3x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 12

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

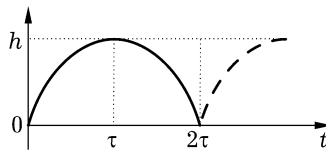
$$\Delta u = \frac{\sin r}{r^2 + 1}, \quad r > 0, \quad -\pi/4 < \varphi < \pi/4;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-\pi/4} = 0, \quad u|_{\varphi=\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\operatorname{ch} \alpha t - \operatorname{ch} \beta t}{t}, \quad \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \alpha \tau - \operatorname{ch} \beta \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

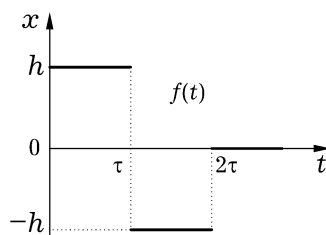


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{p(p+1)}, \quad \frac{1}{p^2(p+1)}, \quad \frac{1}{p^3(p+1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



**Интегральные преобразования  
и уравнения математической физики**

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

**Домашнее задание 2 (модуль 2)**

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

**ВАРИАНТ 13**

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

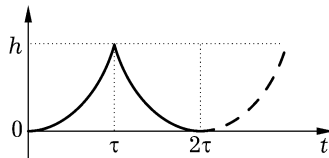
$$\Delta u = r^2 e^{-r^2}, \quad r > 0, \quad \pi/2 < \varphi < \pi;$$
$$u|_{\varphi=\pi/2} = 0, \quad u|_{\varphi=\pi} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{1 - \cos t}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{1 - \cos \tau}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

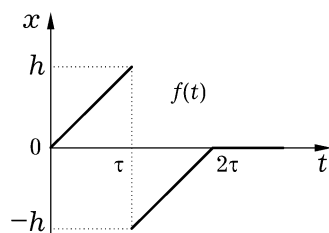


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p^2 - 1)^2}, \quad \frac{p}{(p^2 - 1)^2}, \quad \frac{p^2}{(p^2 - 1)^2}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 14

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

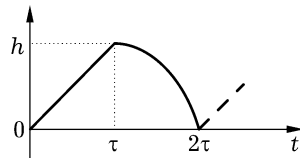
$$\Delta u = \frac{1}{r^4 + 3}, \quad r > 0, \quad \pi < \varphi < 3\pi/2;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=\pi} = 0, \quad u'_\varphi|_{\varphi=3\pi/2} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\operatorname{ch} t - 1}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \tau - 1}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

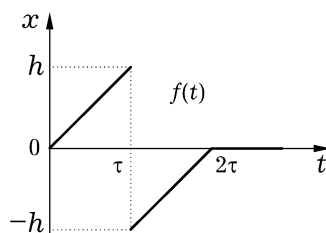


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{p}{(p^2 - 1)^2}, \quad \frac{1}{(p^2 - 1)^2}, \quad \frac{1}{p(p^2 - 1)^2}, \quad \frac{1}{p^2(p^2 - 1)^2}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



**Интегральные преобразования  
и уравнения математической физики**

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

**Домашнее задание 2 (модуль 2)**

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

**ВАРИАНТ 15**

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

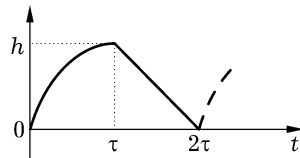
$$\Delta u = \frac{1}{r^2 + 1}, \quad r > 0, \quad -\pi/2 < \varphi < 0;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-\pi/2} = 0, \quad u|_{\varphi=0} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{t - \sin t}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{\tau - \sin \tau}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

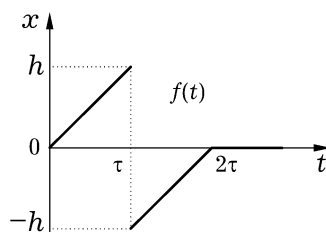


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p-1)(p^2-2p+2)}, \quad \frac{p}{(p-1)(p^2-2p+2)}, \quad \frac{p^2}{(p-1)(p^2-2p+2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x' = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 16

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

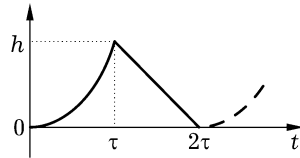
$$\Delta u = (r^2 + 1)e^{-r^2}, \quad r > 0, \quad -\pi < \varphi < -\pi/2;$$
$$u|_{\varphi=-\pi} = 0, \quad u'|_{\varphi=-\pi/2} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{e^t - t - 1}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{e^\tau - \tau - 1}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

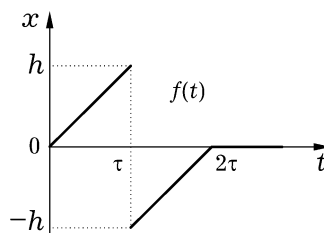


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p-1)^2(p^2-2p+2)}, \quad \frac{p}{(p-1)^2(p^2-2p+2)}, \quad \frac{p^2}{(p-1)^2(p^2-2p+2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 17

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

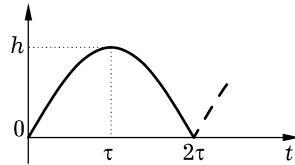
$$\Delta u = (r^3 + r)e^{-r^2}, \quad r > 0, \quad \pi/4 < \varphi < 3\pi/4;$$
$$u|_{\varphi=\pi/4} = 0, \quad u|_{\varphi=3\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{e^{-t} + t - 1}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{e^{-\tau} + \tau - 1}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является синусоидой) (1 балл):

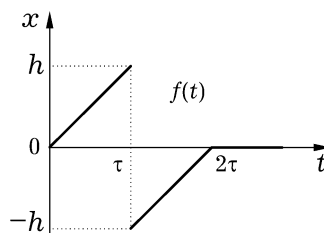


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p-1)^3(p^2-2p+2)}, \quad \frac{p}{(p-1)^3(p^2-2p+2)}, \quad \frac{p^2}{(p-1)^3(p^2-2p+2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 3x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 18

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

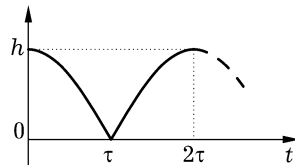
$$\Delta u = \frac{1}{r^2 + 1} e^{-r^2}, \quad r > 0, \quad 3\pi/4 < \varphi < 5\pi/4;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=3\pi/4} = 0, \quad u'_\varphi|_{\varphi=5\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\operatorname{ch} t - \cos t}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \tau - \cos \tau}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является синусоидой) (1 балл):

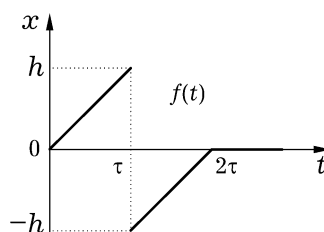


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{p(p^2 - 2p + 2)}, \quad \frac{1}{p^2(p^2 - 2p + 2)}, \quad \frac{1}{p^3(p^2 - 2p + 2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



**Интегральные преобразования  
и уравнения математической физики**

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

**Домашнее задание 2 (модуль 2)**

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

**ВАРИАНТ 19**

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

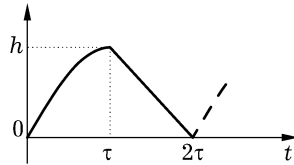
$$\Delta u = (r^2 - 2)e^{-r^2+2}, \quad r > 0, \quad -3\pi/4 < \varphi < -\pi/4;$$
$$u|_{\varphi=-3\pi/4} = 0, \quad u'|_{\varphi=-\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{e^{\alpha t} - 1}{t}, \quad \int_0^t \frac{e^{\alpha \tau} - 1}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является синусоидой) (1 балл):

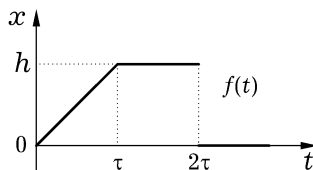


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p+1)(p^2+2p+2)}, \quad \frac{p}{(p+1)(p^2+2p+2)}, \quad \frac{p^2}{(p+1)(p^2+2p+2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 20

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

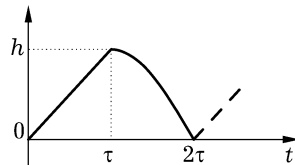
$$\Delta u = \frac{\sin r}{r^2 + 1}, \quad r > 0, \quad -\pi/4 < \varphi < \pi/4;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-\pi/4} = 0, \quad u|_{\varphi=\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{1 - e^{-\beta t}}{t}, \quad \int_0^t \frac{1 - e^{-\beta \tau}}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является синусоидой) (1 балл):

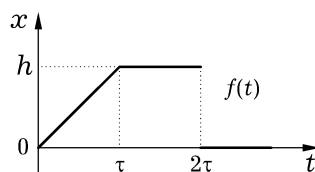


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p+1)^2(p^2+2p+2)}, \quad \frac{p}{(p+1)^2(p^2+2p+2)}, \quad \frac{p^2}{(p+1)^2(p^2+2p+2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 21

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

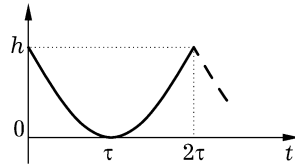
$$\Delta u = 2re^{-r^2}, \quad r > 0, \quad \pi/2 < \varphi < \pi;$$
$$u|_{\varphi=\pi/2} = 0, \quad u|_{\varphi=\pi} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\sin \alpha t}{t}, \quad \int_0^t \frac{\sin \alpha \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является синусоидой) (1 балл):

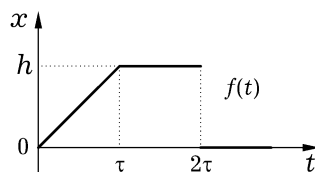


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p+1)^3(p^2+2p+2)}, \quad \frac{p}{(p+1)^3(p^2+2p+2)}, \quad \frac{p^2}{(p+1)^3(p^2+2p+2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x' = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 22

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

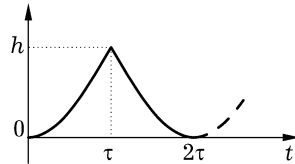
$$\Delta u = \frac{r^3 e^{-r^4}}{r^4 + 3}, \quad r > 0, \quad \pi < \varphi < 3\pi/2;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=\pi} = 0, \quad u'_\varphi|_{\varphi=3\pi/2} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{1 - \cos \alpha t}{t}, \quad \int_0^t \frac{1 - \cos \alpha \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является синусоидой) (1 балл):

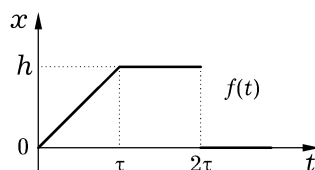


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p-1)(p-2)}, \quad \frac{p}{(p-1)(p-2)}, \quad \frac{1}{p(p-1)(p-2)}, \quad \frac{1}{p^2(p-1)(p-2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 23

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

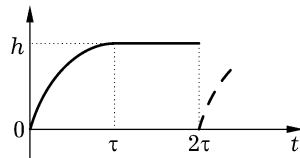
$$\Delta u = \frac{3}{r^2 + 1}, \quad r > 0, \quad -\pi/2 < \varphi < 0;$$
$$u|_{\varphi=-\pi/2} = 0, \quad u'|_{\varphi=0} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\operatorname{ch} \alpha t - 1}{t}, \quad \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \alpha \tau - 1}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

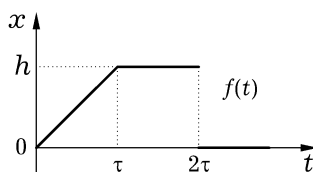


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p-1)^2(p+1)}, \quad \frac{p}{(p-1)^2(p+1)}, \quad \frac{p^2}{(p-1)^2(p+1)}, \quad \frac{1}{p(p-1)^2(p+1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 3x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 24

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

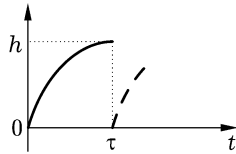
$$\Delta u = r e^{-r^2}, \quad r > 0, \quad -\pi < \varphi < -\pi/2;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-\pi} = 0, \quad u|_{\varphi=-\pi/2} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\text{sh } \alpha t}{t}, \quad \int_0^t \frac{\text{sh } \alpha \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

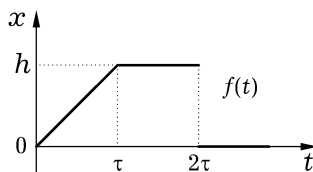


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p+1)^2(p-1)}, \quad \frac{p}{(p+1)^2(p-1)}, \quad \frac{p^2}{(p+1)^2(p-1)}, \quad \frac{1}{p(p+1)^2(p-1)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 25

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

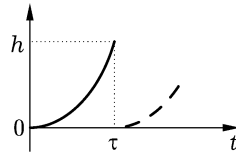
$$\Delta u = e^{-r^2} \sin r, \quad r > 0, \quad \pi/4 < \varphi < 3\pi/4;$$
$$u|_{\varphi=\pi/4} = 0, \quad u'|_{\varphi=3\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\operatorname{ch} \alpha t - \cos \beta t}{t}, \quad \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \alpha \tau - \cos \beta \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

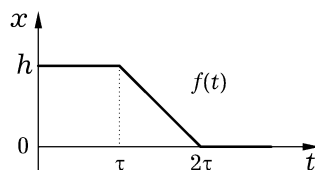


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{p+1}{p(p^2+2p+2)}, \quad \frac{p+1}{p^2(p^2+2p+2)}, \quad \frac{p+1}{p^3(p^2+2p+2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



**Интегральные преобразования  
и уравнения математической физики**

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

**Домашнее задание 2 (модуль 2)**

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

**ВАРИАНТ 26**

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

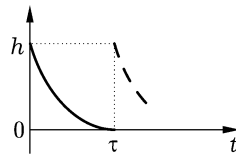
$$\Delta u = \frac{1}{r^2 + 1}, \quad r > 0, \quad 3\pi/4 < \varphi < 5\pi/4;$$
$$u|_{\varphi=3\pi/4} = 0, \quad u|_{\varphi=5\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{e^{\alpha t} - \cos \beta t}{t}, \quad \int_0^t \frac{e^{\alpha \tau} - \cos \beta \tau}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

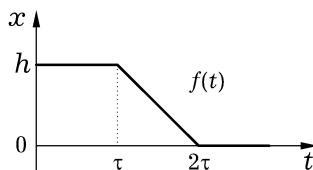


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{p(p^2 + 2p + 2)}, \quad \frac{1}{p^2(p^2 + 2p + 2)}, \quad \frac{1}{p^3(p^2 + 2p + 2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 27

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

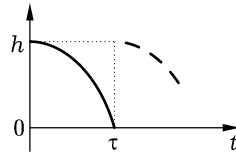
$$\Delta u = e^{-r^2+2}, \quad r > 0, \quad -3\pi/4 < \varphi < -\pi/4;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-3\pi/4} = 0, \quad u'_\varphi|_{\varphi=-\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{\cos \alpha t - e^{-\beta t}}{t}, \quad \int_0^t \frac{\cos \alpha \tau - e^{-\beta \tau}}{\tau} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

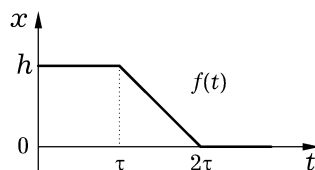


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{p-1}{p(p^2-2p+2)}, \quad \frac{p-1}{p^2(p^2-2p+2)}, \quad \frac{p-1}{p^3(p^2-2p+2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - x' = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 28

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

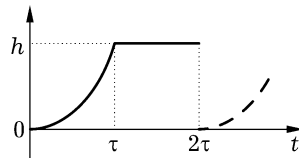
$$\Delta u = \frac{1}{r^2 + 5}, \quad r > 0, \quad -\pi/4 < \varphi < \pi/4;$$
$$u'_\varphi|_{\varphi=-\pi/4} = 0, \quad u|_{\varphi=\pi/4} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{e^{\alpha t} - 1 - \alpha t}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{e^{\alpha \tau} - 1 - \alpha \tau}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

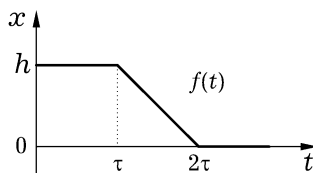


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p - \alpha)(p - \beta)}, \quad \frac{p}{(p - \alpha)(p - \beta)}, \quad \frac{1}{p(p - \alpha)(p - \beta)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 29

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

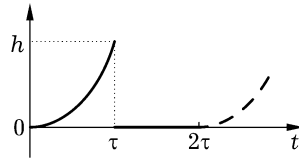
$$\Delta u = e^{-r^2}, \quad r > 0, \quad \pi/2 < \varphi < \pi;$$
$$u|_{\varphi=\pi/2} = 0, \quad u'|_{\varphi=\pi} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{1 - \beta t - e^{-\beta t}}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{1 - \beta \tau - e^{-\beta \tau}}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):

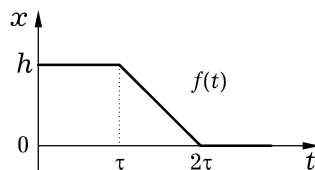


4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)}, \quad \frac{p}{(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)^2}, \quad \frac{1}{p(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 3x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):



# Интегральные преобразования и уравнения математической физики

3 сем., РЛ2 (бак.), 2020-21 уч.г.

## Домашнее задание 2 (модуль 2)

(min: 4 балла, max: 6 баллов)

### ВАРИАНТ 30

1. Найти функцию Грина заданной краевой задачи

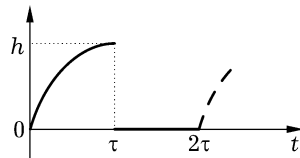
$$\Delta u = \frac{1}{r^4 + 3}, \quad r > 0, \quad \pi < \varphi < 3\pi/2;$$
$$u|_{\varphi=\pi} = 0, \quad u|_{\varphi=3\pi/2} = 0.$$

С помощью полученной функции Грина записать в интегральном виде решение рассматриваемой задачи. (1 балл)

2. Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала, найти изображения заданных функций. Для первой из заданных функций проверить найденный результат с помощью 1-й теоремы разложения (1 балл):

$$\frac{1 - \cos \alpha t}{t^2}, \quad \int_0^t \frac{1 - \cos \alpha \tau}{\tau^2} d\tau$$

3. Найти изображение заданной на рисунке периодической функции-оригинала (показаны первый период и пунктиром начало второго, кривая является параболой с вертикальной осью) (1 балл):



4. Найти оригиналы следующих функций-изображений:

$$\frac{1}{(p^2 - \alpha^2)(p^2 - \beta^2)}, \quad \frac{p}{(p^2 - \alpha^2)(p^2 - \beta^2)^2}, \quad \frac{1}{p(p^2 - \alpha^2)(p^2 - \beta^2)}.$$

Для первой функции ответ получить с помощью теоремы о свертке, для второй и третьей — с помощью дифференцирования или интегрирования найденного оригинала. Ответ для последней функции-изображения проверить либо вычислением изображения найденного оригинала, либо вычислением оригинала с помощью одной из теорем разложения. (1 балл)

5. Решить задачу Коши  $x'' - 2x' + 2x = f(t)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ , в которой функция  $f(t)$  в правой части имеет следующий график (2 балла):

