

**Интегральные преобразования
и уравнения математической физики**
3-й семестр, РЛ2 бак. (2020-21 уч.г.)
Рубежный контроль 2 (модуль 2)
Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы

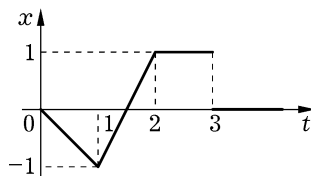
1. Понятие дельта-функции. Понятие фундаментального решения дифференциального оператора.
2. Понятие фундаментального решения дифференциального оператора. Фундаментальное решение оператора Лапласа.
3. Понятие фундаментального решения дифференциального оператора. Фундаментальное решение оператора Гельмгольца.
4. Первая и вторая формулы Грина. Функция Грина и интегральное представление решения для уравнения Лапласа.
5. Метод отражений. Функция Грина для угловых областей и интегральное представление решений уравнения Лапласа в этих областях.
6. Понятие преобразования Лапласа. Определение функции-оригинала.
7. Определение функции-оригинала преобразования Лапласа. Свойства изображений.
8. Связь преобразования Лапласа с преобразованием Фурье. Формула Римана — Меллина.
9. Основные свойства преобразования Лапласа.
10. Теоремы смещения и запаздывания для преобразования Лапласа (доказательство одной из них).
11. Дифференцирование и интегрирование оригинала преобразования Лапласа (доказательство одного из свойств).
12. Дифференцирование и интегрирование изображения преобразования Лапласа (доказательство одного из свойств).
13. Свертка оригиналов преобразования Лапласа. Теорема о свертке (с доказательством).
14. Предельные значения изображений по Лапласу (доказательство для предела изображения в ∞).
15. Вычисление изображений по Лапласу для кусочно заданных и периодических функций.
16. Применение операционного метода для решения дифференциальных уравнений. Понятие передаточной функции.
17. Первая теорема о разложении для изображений по Лапласу.
18. Рациональные функции как изображения. Методы вычисления оригинала по рациональному изображению. Вторая теорема о разложении.
19. Теорема об обращении преобразования Лапласа общего вида.
20. Третья теорема о разложении изображения по Лапласу.

Типовой вариант билета

1. Определение функции-оригинала преобразования Лапласа. Свойства изображений. (3 балла)

2. Проверить, является ли функция $u(x, y, z) = \frac{(x^2 - y^2)z}{(x^2 + y^2)^2}$ гармонической. Если является, то указать, в какой области. (4 балла)

3. Найти изображение следующего импульсного оригинала, заданного графически: (5 баллов)



4. Найти оригинал изображения $F(p) = \frac{p e^{-2p}}{p^4 + p^2 + 1}$. (5 баллов)

5. Решить методами операционного исчисления следующую задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения: (6 баллов)

$$\begin{cases} x^{IV} + x = \cos t, \\ x(0) = 0, \quad x'(0) = 1, \quad x''(0) = 1, \quad x'''(0) = 2. \end{cases}$$

6. Решить операционным методом следующую задачу Коши для системы ОДУ (6 баллов):

$$\begin{cases} x' = 4y + e^t, \\ y' = -x; \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 0.$$

min: 17 баллов, max: 29 баллов