

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 1

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{(n-1)!}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{5n}{5n+2}\right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln\left(1 + \frac{1}{n^4}\right).$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+7)^n \ln n}{n 3^n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = xe^{-x}$ в степенной ряд по степеням $x - 1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^1 dx \int_{x/2}^{2x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{x/2}^{2/x} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = 9x$; $x = y$; $x + y = 2$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 5$; $z = x^2 + y^2 + 1$ (внутри параболоида). (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L (x^2 + y^2 - 2x) dx + (x + y) dy$ вдоль кривой L : $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 1)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 2

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^{17} + n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^{2n}(\sqrt[4]{n} - \operatorname{tg} 1/n)},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = xe^{-3x}$ в степенной ряд по степеням $x - 3$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 - 4y^2$; $z = 0$; $x = 4$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 - z^2 = 9$; $z = 0$; $z = 4$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L yz dx + z\sqrt{9-y^2} dy + xyz dz$ вдоль кривой L : $x = 3 \cos t$; $y = 3 \sin t$; $z = \frac{2t}{\pi}$ от точки $O(1, 0, 0)$ до точки $A(1, 0, 4)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 3

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg} \frac{1}{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{7^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{5n^2 + 1}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^{2n} (x - 1/9)^n}{2^{3n}} \sin \frac{1}{n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = (x + 3)e^x$ в степенной ряд по степеням $x + 2$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-1}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = 4x$; $z^2 = 4 - 4x$; $y = 0$; $x + y = 2$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $(x - 1)^2 + y^2 = 1$; $z = 0$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(-1, 4)}^{(1, 1)} \frac{dx + dy}{(x + y - 1)^2}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 4

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{(2n^2 + 1)^5}}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{\pi}{n+2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^2 n}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n (x+3)^n}{n(3 \ln n + 1)^2},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \cos \frac{\pi x}{4}$ в степенной ряд по степеням $x - \frac{\pi}{2}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 = 4y$; $y + z = 4$; $y + 2z = 4$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 1$; $x^2 + y^2 = 4$; $z = 0$; $x + y + z = 4$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L (x+y)^2 dx - (x-y)^2 dy$ вдоль кривой L , составленной из

дуги параболы $y = \frac{1}{2}x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(2, 2)$ и отрезка прямой от точки A до точки $B(0, 4)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 5

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+19}{\sqrt{n^2-1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n-1)^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n^2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{3^n (\sqrt[5]{n} - \sin 1/n)},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = xe^{2x}$ в степенной ряд по степеням $x-1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_2^4 dy \int_{y/2}^y f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $y = x^2$; $y = 1$; $z = 0$. (3 балла)

7. Вычислить объемы частей шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, на которые он делится плоскостью $z = 1$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L x dy - y dx$ вдоль кривой L , составленной из арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ от точки $A(2\pi a, 0)$ до точки $O(0, 0)$ и отрезка прямой от точки O до точки $B(-\pi a, 2\pi a)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 6

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-1)^2}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{(n!)^2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{6^n (x - 5/6)^n}{\sqrt[n]{n} - \sin 1/n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \ln 4x$ в степенной ряд по степеням $x - 3$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^3 dx \int_{x^2}^{3+2x} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - y^2$; $x = 0$; $z = x$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $(x - 1)^2 + y^2 = 1$; $z = 0$; $x + y + z = 4$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(-1, -3)}^{(3, 1)} \frac{dx - dy}{(x - y - 1)^2}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 7

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n^3-1)^2}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n(n+3)}}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x + 3/4)^n}{\sqrt[4]{n+4} - 4^{-n}},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \sin \frac{x}{2}$ в степенной ряд по степеням $x + \frac{\pi}{2}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{y^2/2} f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 1 - x^2$; $z = 1 - y^2$; $z = 0$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 16$; $z = \sqrt{7}$; $z = 2\sqrt{3}$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(1,1)}^{(5,5)} ye^{-x} dx + (10 - e^{-x}) dy$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 8

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{2} - 1); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{(3n)^3}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n+2}{n}\right)^n.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{9^n (x-1)^{2n}}{\sqrt[n]{9} - 9^{-n}},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = (x-3)e^{x/2}$ в степенной ряд по степеням $x+3$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_1^2 dx \int_{2/x}^{2x} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4xy$; $z = 0$; $y = 2$; $x + y = 4$ ($y \geq 2$). (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 8 - y^2$; $z = 2x^2 + y^2$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(0, -1)}^{(0, 1)} \frac{y dx - x dy}{4x^2 + y^2}$ вдоль кривой, расположенной в правой

полуплоскости (убедитесь, что значение не зависит от выбора кривой). (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 9

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 5}{2n^2 + 1}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt{\ln^3 n}}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n^2 + 15}{7n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3n}{3n+3}\right)^{2n^2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x - 1/2)^n}{2n^3 + 2^{-n}},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \ln(4+x)$ в степенной ряд по степеням $x-1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x,y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = y$; $z^2 = 4 - y$; $x + y = 4$; $x = 0$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 9 - x^2 - y^2$; $z = 0$; $x^2 + y^2 = 4$ (вне цилиндра). (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L (y^2 + 2) dx + yx dy$ вдоль кривой L , составленной из дуги параболы $2y^2 + x - 2 = 0$ от точки $A(0, 1)$ до точки $B(2, 0)$ и верхней части окружности $(x-3)^2 + y^2 = 1$ от точки B до точки $C(4, 0)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 10

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{5n+2} \right)^{n/2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 7^n}{(2n)!}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (x - 1/3)^n}{2^{2n} (\sqrt{n} - 2^{-n})},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \frac{3}{x^2 - x - 2}$ в степенной ряд по степеням $x + 2$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{2x-x^2}}^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - x^2$; $y = 0$; $z = y$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 - z^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 9$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L \frac{dx + dy}{(\frac{x}{2} + y - 2)^2}$ вдоль двузвенной ломаной L , первый сегмент которой параллелен оси Ox , а второй — оси Oy . (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 11

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \left(\frac{n}{n-1}\right)^{n^2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^4 + 4^{-n}} \left(x + \frac{3}{2}\right)^{2n-1},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \cos^2 x$ в степенной ряд по степеням $x - \frac{\pi}{3}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-8/3}^0 dy \int_{-2(y+1)}^{\sqrt{4+y^2}} f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = 4y$; $x = y$; $x + y = 2$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 6$; $z = x^2 + y^2$ (внутри параболоида). (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(2, 2)}^{(1, 5)} \left(\frac{y^2 - 1}{y} - \frac{y}{x^2}\right) dx + \left(\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{y^2}\right) dy$, убедившись, что он

не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 12

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \operatorname{tg} \frac{10}{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{2n+1}{5n-2} \right)^n.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^{2n}}{\sqrt{n+2} \sqrt[3]{n+3}},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \sin^2 x$ в степенной ряд по степеням $x - \frac{\pi}{4}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{2-x} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2$; $z = 1 - y^2$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y = 0$; $z = 0$; $x + y + z = 4$; $2x + z = 4$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(0,0)}^{(2,3)} \frac{xdx + ydy}{\sqrt{2+x^2+y^2}}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 13

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \arcsin \frac{3}{\sqrt{5n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln^3 n}}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \operatorname{arctg} \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{n+3}{n+4} \right)^{n^2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+4)^{2n}}{\sqrt{n+2} \sqrt[4]{n+4}},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$ в степенной ряд по степеням $x-2$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^{\sqrt{y+1}} f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = y$; $y = x^2$; $z = 2 - y$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + (y-2)^2 = 4$; $z = 0$; $z = 6 - x$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L (x^2 + 2y) dx - xy dy$ вдоль кривой L , составленной из нижней части окружности $x^2 + y^2 = 4$ от точки $A(-2, 0)$ до точки $B(2, 0)$ и отрезка прямой от точки B до точки $C(6, 4)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 14

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n^3}}\right).$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{3n^3 + 1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{5n-1}{5n+1}\right)^n.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{(n+2)3^{2n}},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \ln(1-x)$ в степенной ряд по степеням $x+1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{-y^2/2}^{1-y^2} f(x,y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $z = 0$; $y = 1$; $y = 2x$; $y = 6 - x$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = x^2 + y^2$; $2z^2 = x^2 + y^2 + 1$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L x dx + (x+y) dy$ вдоль кривой L , составленной из дуги астроида $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(0, 1)$ и отрезка прямой, соединяющей точку B с точкой $C(-1, 0)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 15

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{n^3 + 3}{n^3}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5 \ln^3(n+2)}{n+2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n^2+4)}{3n^2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 9^{n-1/n} (x+2)^{2n-1},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = x^2 e^x$ в степенной ряд по степеням $x - 1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{1+y^2}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 2 - x^2$; $z = x$; $y = x$; $y = 2x$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$). (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$; $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(-1, -1)}^{(3, 2)} \frac{dx - 2dy}{(x - 2y + 1)^2}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 16

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3(3n+1)}{\sqrt{n}+1}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^4 n + 1)}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \ln n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{2n^4 + 9n^2 + 1}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\ln(n+1)},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = x^2 e^{-x}$ в степенной ряд по степеням $x+1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^4 dx \int_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = y^2$; $z = 4$; $y = 3 - x$; $x = 0$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 1$; $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ (вне цилиндра). (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L 3x^2 y dx + y dy$ вдоль кривой L , составленной из дуги кривой $y = (1-x)\sqrt{x}$ между точками O и A её пересечения с осью Ox и нижней части окружности $(x-2)^2 + y^2 = 1$ от точки A до точки $B(3, 0)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 17

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{5^n \cdot n!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}} \sin \frac{2}{\sqrt{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 + 1}{5n^2 + 9 \ln n}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+5)^n}{n+2^n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = x \cos 3x$ в степенной ряд по степеням $x - \frac{\pi}{3}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^x f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 0$; $y = 2 + 2x$; $y = \frac{x}{2} - 1$; $x + y = 2$; $z = 1 + y^2$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $z = 2x^2 + 2y^2$; $(x-1)^2 + y^2 = 1$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$ вдоль кривой L , составленной из дуги эллипса $x^2/4 + y^2/9 = 1$ от точки $A(2, 0)$ до точки $B(0, 3)$ и отрезка прямой от точки B до точки $C(-4, 0)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 18

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{arctg} \frac{5}{\sqrt{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+4} \right)^{n^2}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{n+1}{3n+1} \right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-4)^n}{n+3^n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ в степенной ряд по степеням $x - \frac{\pi}{2}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}-2} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $z = x^2 + 2y^2$; $y = x$; $y = 2x$; $x = 1$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 10 - x^2$; $z = 0$; $x^2 + y^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 9$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(2, 1)}^{(4, 3)} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}} + y \right) dx + \left(x + \frac{1}{y^2} - \frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}} \right) dy$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 19

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2 + 1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{n^2}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(\ln n)^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+2)}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n-1}}{n + \ln(n+1)},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \operatorname{ch} 2x$ в степенной ряд по степеням $x - 1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-4}^{-2} dx \int_{-\sqrt{-x^2-4x}}^{\sqrt{-x^2-4x}} f(x, y) dy + \int_{-2}^{\sqrt{8}} dx \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{\sqrt{8-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 + 2y^2 = 8$; $y = x - 2$; $y = -x - 2$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 0$; $z = 4 - x^2 - y^2$; $z = 2(4 - x^2 - y^2)$; $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$; $y = \sqrt{3}x$ ($x \geq 0$, $y \geq 0$). (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(3, 2)}^{(5, 4)} \frac{x dx - y dy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 20

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{4n^3-5n}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5n^2+1}{7n^2-n+3}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n-1}}{\sqrt{n} + \ln(n+1)},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \operatorname{sh} 3x$ в степенной ряд по степеням $x+1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^1 dx \int_{2x-1}^{(x+1)/2} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = \frac{2}{y}$; $x + y + z = 3$; $z + y - 2x = 3$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + 2y^2$; $z = 8 - x^2$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(-2, -1)}^{(1, 3)} \frac{dx - dy}{(x - y - 1)^3}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 21

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{n+3}\right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n^2}{n^2 + 1}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \sin \frac{1}{n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n\sqrt{n} + 3 \ln n}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+1}{2n+3}\right)^n (x+3)^n,$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \sqrt[3]{x}$ в степенной ряд по степеням $x+8$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-2}^0 dx \int_{-x-2}^{\sqrt{-x}} f(x, y) dy + \int_0^2 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - y^2$; $z = 0$; $y = 2 - x^2$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - x^2 - y^2$; $z = 4 - 2y$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(-1, 0)}^{(1, 2)} \frac{3x^2 dx}{\sqrt{y-x^3}} - \frac{dy}{\sqrt{y-x^3}}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 22

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2^n}{n3^n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \ln \frac{n^2 + 4}{n^2 + 5}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n+2}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n+1)(3n+2)}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x - 3/2)^{2n}}{\sqrt{n+4^n}},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ в степенной ряд по степеням $x - \frac{\pi}{4}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-2}^2 dx \int_{-2+\sqrt{4-x^2}}^{2+\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - x^2$; $y + z = 4$; $z = 0$; $y = 0$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 6$; $z = 10 - x^2 - y^2$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(-1;-1)}^{(1;1)} \frac{(x+y) dx - (x-y) dy}{x^2 + y^2}$ вдоль кривой, расположенной в области $x > y$ (убедитесь, что значение не зависит от выбора такой кривой). (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 23

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{3n+5}\right)^n.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\ln^2 n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+10}{(n+1)\sqrt{n+1}}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(x-5)^{2n-1} \sin \frac{1}{n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ в степенной ряд по степеням $x+2$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^{8/3} dx \int_{2x-2}^{\sqrt{4+x^2}} f(x,y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 8 - x^2$; $z = 3y$; $z = 8 - y$; $y = 0$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 5 - x^2 - y^2$; $z = 1$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(0,0)}^{(1, \pi/2)} y \cos(xy) dx + x \cos(xy) dy$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 24

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(3n+4)3^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{n \ln^5 n}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3^n n!}{n^n}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{9n+2}\right)^n (x+2)^{2n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = x \sin 2x$ в степенной ряд по степеням $x + \frac{\pi}{4}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^1 dy \int_{2y-1}^{(y+1)/2} f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $4z = x^2$; $y = 0$; $y + z = 4$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $z = 1$; $z = 4$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L (y+x) dx + (y-x) dy$ вдоль кривой L , составленной из верхней части эллипса $(x-4)^2/4 + y^2/2 = 1$ от точки $A(6, 0)$ до точки $B(2, 0)$ и отрезка прямой от точки B до точки $C(0, 2)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 25

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+1}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n^5 \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{2}{\sqrt{n^3}} \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{\ln^5 n}}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{n}{n^2+1} (x+4)^{2n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3}$ в степенной ряд по степеням $x - 1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^{2-x} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y + z = 2$; $z = 0$; $4z + 2y + x = 8$; $2z + x + y = 4$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $z = 2x$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(1,2)}^{(4,5)} \frac{x dx - y dy}{\sqrt{y^2 - x^2}}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 26

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^2} \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt[3]{3n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n}{(2n)!}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{\ln(n+1)} \left(x - \frac{2}{3}\right)^n,$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = x \cos \frac{\pi x}{4}$ в степенной ряд по степеням $x - 2$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-1}^0 dx \int_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy + \int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{4-x}$; $y^2 = 4-x$; $z = 0$; $x = 0$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $z = 4$; $y = 1$ ($y > 1$). (3 балла)

8. Вычислить $\int_L xy dy + y dx$ вдоль кривой L , составленной из дуги параболы $y = x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 1)$ и дуги окружности $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ от A до точки $B(2; 2)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 27

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n}{5n+2}\right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^4}\right).$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n^3}{n^{17} + n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{2n+1}\right)^n.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n} \ln(n+1)}{n 4^n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$ в степенной ряд по степеням $x + 1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x + z = 1$; $x = 0$; $y = 0$; $x + y = 1$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = 5a^2$; $x^2 - y^2 + z^2 = 4a^2$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(-4, 3)}^{(4, 0)} (x^3 - 3y) dx + (y^2 - 3x) dy$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 28

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n(e^{1/n} - 1)^2; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{5^{n-1}}{(n-1)!}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^2}{2n^2 + 1}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n+1}}{4^n (\ln n + n)^2},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \cos \frac{\pi x}{4}$ в степенной ряд по степеням $x + \frac{\pi}{2}$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt{y+1}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = y^2$; $z = y$; $y = x$; $x = 1$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 9 - x^2 - y^2$; $z = 0$; $x^2 + y^2 = 4$ (вне цилиндра). (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_L (x+y) dx + (y-x) dy$ вдоль кривой L , составленной из дуги окружности $x^2 + y^2 = 4$ от точки $A(0, 2)$ до точки $B(2, 0)$ и отрезка прямой от точки B до точки $C(4; 2)$. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 29

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^{n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+1}{3n+2} \right)^n (x+2)^n,$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 5}$ в степенной ряд по степеням $x + 1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^4 dx \int_{-2 + \frac{1}{2}(x-2)^2}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = -y^2 + 2$; $z = y$; $y = x$; $x = 0$; $z = 0$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 - z^2 = 0$; $x^2 + y^2 = a^2$; $x^2 + y^2 = 4a^2$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(1,1)}^{(8,4)} \left(\sqrt{y} - \frac{y}{3\sqrt{x^4}} \right) dx + \left(\frac{x}{2\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dy$, убедившись, что он

не зависит от пути интегрирования. (3 балла)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, 2020-21 уч.г.)

Домашнее задание 1 (модуль 1)

(min: 14 баллов, max: 24 балла)

ВАРИАНТ 30

1. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{\sqrt{n^3}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}.$$

2. Исследовать на сходимость ряды (3 балла):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{n}{n+2} \right)^{n^2}.$$

3. Найти интервал сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 + 4^{-n}}{n^4 + 4^n} (x+2)^{2n},$$

исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (3 балла)

4. Используя табличные разложения, разложить функцию $f(x) = \ln(4x+8)$ в степенной ряд по степеням $x-1$. Указать интервал сходимости полученного ряда. (3 балла)

5. Изменить порядок интегрирования в интеграле: (3 балла)

$$\int_0^3 dy \int_{y-3}^{\sqrt{3-y}} f(x, y) dx.$$

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y^2 - x^2 = 1$; $x+z=3$; $z=0$; $x=0$. (3 балла)

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $2z = x^2 + y^2$; $x^2 + y^2 - z^2 = 1$; $z=0$. (3 балла)

8. Вычислить интеграл $\int_{(-1, 1)}^{(2, -1)} \frac{dx + 2y dy}{(x + y^2 + 1)^2}$, убедившись, что он не зависит от пути интегрирования. (3 балла)