Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} x^2\,dydz + x\,dzdx + xz\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x = y$, ограниченная поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 1$, $x = 0$ $(x \geqslant 0)$. *(3 балла)*

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = x + 2y + 3z$ найти: а) градиент в точке $M_0(0; 1; 1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1; 1; 1)$ по направлению к точке $M_2(1; 2; 3)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(2; 2; 2)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. *(3 балла)*

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x^2\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $z = x^2 + y^2$, $z = 1$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). *(3 балла)*

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x^2\boldsymbol{i} + x\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(1; 1; 2)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $z = x^2 + y^2$, $z = 1$, $x = 0$, $y = 0$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ z \geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). *(3 балла)*

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xy\,dydz + \,dzdx + z\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, ограниченная поверхностями $z = 0$ ($z > 0$, нормаль внешняя). (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = x^2 - 2y$ найти: а) градиент в точке $M_0(1; 1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(2; 3)$ по направлению к точке $M_2(-1; 2)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(4; 5)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xy\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $y^2 + z^2 = 4$, $z = 0$ ($z \geqslant 0$), $x = 0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xy\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(0; 2; 1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z = 0$ ($z \geqslant 0$) (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 3

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xz\,dydz + yz\,dzdx + z^2\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $z = 2$, ограниченная поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ (нормаль в направлении уменьшения z). (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{16}$ найти: а) градиент в точке $M_0(4; 3; 4)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(3; 3; 0)$ по направлению к точке $M_2(1; 5; 1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(2; 6; 4)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xz\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $y = z$, $y = 2z$, $z = 1$, $x = 2$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xz\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(5; 2; 3)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z = 2$ ($z \geqslant 2$) (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 4

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} 2x\,dydz + 2y\,dzdx + xz\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $y = x^2$, ограниченная поверхностями $z = 0$, $y = z$, $y = 1$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = \dfrac{(x-1)^2}{4} + y^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(2; 1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1; -1)$ по направлению к точке $M_2(2; 2)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(-3; 0)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = 2x\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x = 0$, $z = 0$, $x^2 + z^2 = 1$, $y = 3$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = 2x\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{3}; 1\right)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $y = x^2$, $y = 4x^2$, $y = 1$, $z = y$, $z = 0$ $(x \geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 5

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} 3x^2\,dydz + (-2x^2y)\,dzdx + (1-2x)\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2+y^2=z^2$ $(z \geqslant 0)$, ограниченная поверхностями $x^2+y^2+z^2=1$ (нормаль внешняя). (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x,y,z) = x^2+z^2-y$ найти: а) градиент в точке $M_0(1;0;1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(2;1;1)$ по направлению к точке $M_2(3;2;2)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(4;3;1)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = 3x^2\boldsymbol{i} + (-2x^2y)\boldsymbol{j} + (1-2x)\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x=y$, $x=-y$, $x=1$, $z=0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = 3x^2\boldsymbol{i} + (-2x^2y)\boldsymbol{j} + (1-2x)\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(1;2;0)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2+y^2=z^2$, $x^2+y^2+z^2=1$ $(z \geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 6

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} x^2\,dydz + x^2y\,dzdx + (x-2)z\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2+y^2=1$, ограниченная поверхностями $z=0$, $z=1$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U=f(x,y)=(x-2)^2+y^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(3;1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1;1)$ по направлению к точке $M_2(-1;2)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(3;4)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=x^2\boldsymbol{i}+x^2y\boldsymbol{j}+(x-2)z\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$, $y=0$ $(y\geqslant 0)$, $z=-1$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=x^2\boldsymbol{i}+x^2y\boldsymbol{j}+(x-2)z\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0\left(\dfrac{1}{2};0;3\right)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2+y^2=1$, $z=0$, $z=1$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 7

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xz\,dydz + yz\,dzdx + (z^2-1)\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x+y+z=1$, ограниченная поверхностями $x=0$, $y=0$, $z=0$. *(3 балла)*

2. Для скалярного поля $U = f(x,y,z) = y + 2x^2 - z^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(-1;0;1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(0;1;0)$ по направлению к точке $M_2(1;2;1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(2;1;0)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. *(3 балла)*

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = xz\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + (z^2-1)\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $y=x^2$, $x=1$, $y=0$, $z=2$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). *(3 балла)*

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = xz\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + (z^2-1)\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0\left(-1;-1;\frac{1}{4}\right)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x+y+z=1$, $x-y+z=1$, $x=0$, $z=0$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). *(3 балла)*

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 8

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} x^3\,dydz + y^3\,dzdx + xz\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $9 - z = x^2 + y^2$, ограниченная поверхностями $z = 0$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$ найти: а) градиент в точке $M_0(-1; 1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(2; 1)$ по направлению к точке $M_2(-1; 0)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1; 0)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x^3\boldsymbol{i} + y^3\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $z = 0$, $z = x$, $z = 2 - x$, $y = 2$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = x^3\boldsymbol{i} + y^3\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(1; 2; 5)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $9 - z = x^2 + y^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ z \geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 9

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} yx\,dydz + 2y\,dzdx + (-z)\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $y^2 = 1 - z$, ограниченная поверхностями $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$. *(3 балла)*

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - 3z^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(1; 2; 3)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(3; 2; 1)$ по направлению к точке $M_2(2; 1; 3)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1; 3; 2)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. *(3 балла)*

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = yx\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + (-z)\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x = 0$ $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). *(3 балла)*

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = yx\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + (-z)\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(3; 5; -1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $y^2 = 1 - z$, $y = 0$, $z = 0$ $x = 0$, $x = 1$ $(y \geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). *(3 балла)*

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 10

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} \frac{y^2}{2}\, dydz + \, dzdx + \frac{zy^2}{2}\, dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2 + y^2 = 1 - z$, ограниченная поверхностями $z = 0$ $(z \geqslant 0)$. *(3 балла)*

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4y$ найти: а) градиент в точке $M_0(-1; -1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1; 2)$ по направлению к точке $M_2(2; -1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(-1; 3)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. *(3 балла)*

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = \dfrac{y^2}{2}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \dfrac{zy^2}{2}\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $y = \dfrac{2}{x}$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 2$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). *(3 балла)*

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = \dfrac{y^2}{2}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \dfrac{zy^2}{2}\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(0; 1; 2)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $y^2 + x^2 = 1 - z$, $z = 0$, $x = y$, $x = -y$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). *(3 балла)*

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.) Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 11

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} y\,dydz + y^2\,dzdx + zy\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x + \frac{y}{2} + z = 1$, ограниченная поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = 2y^2 + z^2 - 3x^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(1; 2; 1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(0; 1; 0)$ по направлению к точке $M_2(1; 0; 1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(2; 1; 3)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = y\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + zy\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $\rho = 2\cos\varphi$, $z = 1$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = y\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + zy\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(5; 3; 1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x + \frac{y}{2} + z = 1$, $y = 0$, $x = 0$, $z = 0$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 12

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} yx\,dydz + y^3\,dzdx + z^3\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $z = 4$, ограниченная поверхностями $x^2 + y^2 = 4$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = x^2 + y^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(3; 2)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(-1; 1)$ по направлению к точке $M_2(2; -1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1; 3)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = yx\boldsymbol{i} + y^3\boldsymbol{j} + z^3\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x^2 + y^2 = 4$, $x = 0$ $y = 0$, $z = 4$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0)$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = yx\boldsymbol{i} + y^3\boldsymbol{j} + z^3\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(7; 1; -1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$, $z = 4$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 13

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xz\,dydz + z\,dzdx + z^2\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, ограниченная поверхностями $x^2 + y^2 = 3z$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = y^2 - 2z^2 - x^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(1; 1; 2)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1; 2; 1)$ по направлению к точке $M_2(2; 3; 1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1; 3; 2)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xz\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $y^2 + z^2 = 2$, $x = 3$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xz\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0\left(0; -1; \frac{1}{3}\right)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 3z$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 14

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} z\,dydz + yx^2z\,dzdx + x^2\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $y = z$, ограниченная поверхностями $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$. *(3 балла)*

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = x^4 - y$ найти: а) градиент в точке $M_0(-1; -1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1; 2)$ по направлению к точке $M_2(2; 1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1; 1)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. *(3 балла)*

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = z\boldsymbol{i} + yx^2z\boldsymbol{j} + x^2\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $y = \frac{1}{x}$, $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = 3$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). *(3 балла)*

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = z\boldsymbol{i} + yx^2z\boldsymbol{j} + x^2\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0\left(3; 0; \frac{1}{3}\right)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 0$, $z = y^2$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). *(3 балла)*

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 15

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} dydz + y^2\,dzdx + xz\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2+y^2=2z^2$, ограниченная поверхностями $z=1$, $z=\sqrt{2}$, $x=0$, $y=0$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U=f(x,y,z)=x-3y^2-2z^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(1;0;2)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(-1;1;2)$ по направлению к точке $M_2(2;-1;2)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(0;1;4)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=\boldsymbol{i}+y^2\boldsymbol{j}+xz\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x^2+(z-1)^2=1$, $x=0$ $(x\geqslant 0)$, $y=-1$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=\boldsymbol{i}+y^2\boldsymbol{j}+xz\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0\left(-1;1;\frac{1}{4}\right)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2+y^2=2z^2$, $z=1$, $z=\sqrt{2}$, $x=0$ $(x\geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 16

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} zy\,dydz + x^2z\,dzdx + yzx^2\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x+y+z=1$, ограниченная поверхностями $x=0$, $y=0$, $z=0$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x,y) = \dfrac{y^2}{x}$ найти: а) градиент в точке $M_0(2;1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(2;3)$ по направлению к точке $M_2(-1;2)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(3;2)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = zy\boldsymbol{i} + x^2z\boldsymbol{j} + yzx^2\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $5-z=x^2$, $x=0$, $y=10$, $z=0$ $(x \geqslant 0,\ z \geqslant 0)$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = zy\boldsymbol{i} + x^2z\boldsymbol{j} + yzx^2\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(-1;2;5)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $5-z=x^2+y^2$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ $(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ z \geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 17

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xy\,dydz + y^2\,dzdx + yz^2\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $z = 2$, ограниченная поверхностями $x^2 + y^2 = 4$, $y = 0$ ($y \geqslant 0$). (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = y^2 - x^2 + 3z^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(1; 1; 1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(2; 1; 3)$ по направлению к точке $M_2(1; 2; 4)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(2; 4; 1)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xy\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + yz^2\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $y = -1$, $y = 2x - 1$, $y = -2x + 3$, $z = 0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xy\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + yz^2\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(-1; -2; 2)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2 + y^2 = 2z$, $x^2 + y^2 = 4$, $x = y$, $z = 0$, $y = 0$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 18

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} 2z\,dydz + xyz\,dzdx + xy\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x = 2$, ограниченная поверхностями $y^2 + 4z^2 = 1$, $z = 0$, $y = \frac{1}{2}$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = x^2 - y^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(-1; 2)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1; 3)$ по направлению к точке $M_2(2; 4)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1; 0)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = 2z\boldsymbol{i} + xyz\boldsymbol{j} + xy\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x^2 + z^2 = 9$, $z = \sqrt{3}x$, $z = \frac{x}{\sqrt{3}}$, $y = 3$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = 2z\boldsymbol{i} + xyz\boldsymbol{j} + xy\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(5; 0; 3)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $y^2 + 4z^2 = 1$, $z = 0$, $y = \frac{1}{2}$, $x = 1$, $x = 2$ $(z \geqslant 0,\ y \geqslant \frac{1}{2})$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 19

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint_{\Sigma} \frac{x^2 z}{2}\, dydz + yz\, dzdx + x^2\, dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2 + 2y^2 = 1$, ограниченная поверхностями $z = 0$, $z = x + 1$, $y = 0$ $(y \geqslant 0)$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(2; 1; -1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1; 1; 2)$ по направлению к точке $M_2(2; 1; 3)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1; 3; -1)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = \dfrac{x^2 z}{2}\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + x^2\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x = 1$, $z = x + 1$, $z = 0$, $y = 0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = \dfrac{x^2 z}{2}\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + x^2\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(-3; 3; -1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2 + 2y^2 = 1$, $z = x + 1$, $z = 0$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 20

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} x^2y^2z\,dydz + z\,dzdx + \,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x+z=1$, ограниченная поверхностями $z=0$, $y=0$, $y+z=1$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U=f(x,y)=(x-2)^2+(y-3)^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(3;2)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(3;4)$ по направлению к точке $M_2(1;3)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(2;1)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=x^2y^2z\boldsymbol{i}+z\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x+z=1$, $-x+z=1$, $z=0$, $y=0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=x^2y^2z\boldsymbol{i}+z\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0\left(\frac{1}{2};1;3\right)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $y=0$, $z=0$, $y+z=1$, $x+z=1$, $z-x=1$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 21

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} x^2\,dydz + (-y^2)\,dzdx + (-z^2)\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x+y+z=1$, ограниченная поверхностями $x=0$, $y=0$, $z=0$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U=f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(-1;2;1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(0;3;2)$ по направлению к точке $M_2(1;1;1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1;2;2)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=x^2\boldsymbol{i}+(-y^2)\boldsymbol{j}+(-z^2)\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x^2+y^2=1$, $z=1$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=x^2\boldsymbol{i}+(-y^2)\boldsymbol{j}+(-z^2)\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(1;1;1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2+y^2=z$, $z=1$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 22

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xy\,dydz + y\,dzdx + yz\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2 + y^2 = z$, ограниченная поверхностями $z = 4$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x,y) = \dfrac{x^3}{y}$ найти: а) градиент в точке $M_0(2;2)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(-1;1)$ по направлению к точке $M_2(2;5)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(2;8)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = xy\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + yz\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $y = x^2$, $y = 4$, $z = 0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = xy\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + yz\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(0;1;0)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 23

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xyz\,dydz + xy\,dzdx + xz\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2 + y^2 - z^2 = 0$, ограниченная поверхностями $z = 2$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = 4y^2 + 2z^2 - x$ найти: а) градиент в точке $M_0(0; 2; 1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(0; 1; 1)$ по направлению к точке $M_2(-2; 1; 2)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(0; 1; 2)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xyz\boldsymbol{i} + xy\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $\dfrac{x^2}{4} = z$, $y = 0$, $z = 4$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xyz\boldsymbol{i} + xy\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(1; -1; 2)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x + z = 1$, $y = 0$, $y = 2$, $x = 0$, $z = 0$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 24

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xz\,dydz + yz\,dzdx + z^2\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $z + x = 1$, ограниченная поверхностями $z = 0$, $y = 1$, $z = y$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = \dfrac{x^2}{y}$ найти: а) градиент в точке $M_0(3; 2)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(1; 1)$ по направлению к точке $M_2(-1; 3)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(-2; -1)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xz\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $z + y = 1$, $x = 0$, $z - y = 1$, $z = 0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xz\boldsymbol{i} + yz\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(3; 2; -1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z = 0$ $(z \geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 25

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} x\,dydz + y\,dzdx + (-xyz^2)\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $y+z=1$, ограниченная поверхностями $x=0$, $z=0$, $y=x$. *(3 балла)*

2. Для скалярного поля $U=f(x,y,z)=3x^2-y^2-z$ найти: а) градиент в точке $M_0(1;2;2)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(2;2;3)$ по направлению к точке $M_2(0;1;5)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(-1;1;4)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. *(3 балла)*

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+(-xyz^2)\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x^2+z^2=1$, $y=1$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). *(3 балла)*

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+(-xyz^2)\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(1;-1;1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2+y^2-z^2=0$, $z=1$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). *(3 балла)*

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 26

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} 3y^2\,dydz + (-3x^2)\,dzdx + (-xz)\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2 + y^2 = z$, ограниченная поверхностями $z = 1$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y) = 5xy$ найти: а) градиент в точке $M_0(2; 2)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(3; 4)$ по направлению к точке $M_2(0; 1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1; 1)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = 3y^2\boldsymbol{i} + (-3x^2)\boldsymbol{j} + (-xz)\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $z = x^2$, $y = 1$, $z = 4$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = 3y^2\boldsymbol{i} + (-3x^2)\boldsymbol{j} + (-xz)\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(2; 1; 0)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x + z = 1$, $y = 0$, $z = 0$, $y = x$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 27

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} 2x^2y\,dydz + xy^2\,dzdx + (-4xyz)\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x+y=1$, ограниченная поверхностями $z=0$, $y=0$, $z=x$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x,y) = z^2 + 2x^2 - 4y^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(1;1;1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(2;1;1)$ по направлению к точке $M_2(3;2;2)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(0;3;2)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = 2x^2y\boldsymbol{i} + xy^2\boldsymbol{j} + (-4xyz)\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x+y+z=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z) = 2x^2y\boldsymbol{i} + xy^2\boldsymbol{j} + (-4xyz)\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(-1;-1;2)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2+y^2=-z+5$, $z=0$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 28

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} y^2\,dydz + x^2\,dzdx + xy^2z\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x+z=1$, ограниченная поверхностями $y=1$, $z=0$, $z=y$. (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U=f(x,y)=3^{x+2y}$ найти: а) градиент в точке $M_0(1;-1)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(0;1)$ по направлению к точке $M_2(1;0)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(1;1)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=y^2\boldsymbol{i}+x^2\boldsymbol{j}+xy^2z\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x^2+y^2=1$, $z=x$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=y^2\boldsymbol{i}+x^2\boldsymbol{j}+xy^2z\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(-2;1;-1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2+y^2+z^2=1$, $z=0$ $(z>0)$, $x=0$, $y=0$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 29

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} xy\,dydz + (-y^2)\,dzdx + xz\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 3$, ограниченная поверхностями $z = \sqrt{2}$ ($z \geqslant \sqrt{2}$). (*3 балла*)

2. Для скалярного поля $U = f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(1; 1; 1)$, построив в этой точке поверхность уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(3; 2; 1)$ по направлению к точке $M_2(0; 1; 0)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(-1; 2; -2)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. (*3 балла*)

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xy\boldsymbol{i} + (-y^2)\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x + y = 1$, $y = 0$, $x = 0$, $z = 1$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). (*3 балла*)

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x, y, z) = xy\boldsymbol{i} + (-y^2)\boldsymbol{j} + xz\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(0; 1; -1)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2 + y^2 - z^2 = 0$, $z = 1$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). (*3 балла*)

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 1 (модуль 2)

(min: 8 баллов, max: 12 баллов)

ВАРИАНТ 30

1. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_{\Sigma} y\,dydz + (-x)\,dzdx + yz\,dxdy,$$

где Σ — часть поверхности $x^2+y^2+z^2=2$, ограниченная поверхностями $z=0$, $z=y$. *(3 балла)*

2. Для скалярного поля $U=f(x,y)=2(x-1)^2-3(y-2)^2$ найти: а) градиент в точке $M_0(3;3)$, построив в этой точке линию уровня и найденный градиент; б) производную в точке $M_1(2;1)$ по направлению к точке $M_2(1;1)$, направление наибольшего изменения скалярного поля и величину наибольшего изменения поля в точке M_1; в) работу градиента скалярного поля от точки M_1 до точки $M_3(3;4)$; г) уравнения векторной линии градиента поля, проходящей через точку M_0. *(3 балла)*

3. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=y\boldsymbol{i}+(-x)\boldsymbol{j}+yz\boldsymbol{k}$ найти: а) векторные линии; б) ротор векторного поля в произвольной точке; в) циркуляцию векторного поля по замкнутой линии L, образованной пересечением поверхностей $x^2+y^2=1$, $z=y$ (вычислить криволинейный интеграл непосредственно и проверить результаты по формуле Стокса). *(3 балла)*

4. Для векторного поля $\boldsymbol{F}(x,y,z)=y\boldsymbol{i}+(-x)\boldsymbol{j}+yz\boldsymbol{k}$ найти: а) дивергенцию векторного поля и ее значение в точке $M_0(-1;3;0)$; б) поток векторного поля через границу S трехмерной области V конечного объема, заданной пересечением поверхностей $x^2+y^2+z^2=2$ $(y\geqslant 0)$ (вычислить поверхностный интеграл непосредственно и проверить результат по формуле Остроградского — Гаусса). *(3 балла)*