Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 1

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-1| > 1; \\ |z+1| \geqslant 1. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = \sin y \operatorname{ch} x$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{2n-1}}{2^n(n+\ln n)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 2i$, $z_2 = 3i$, $z_3 = \sqrt{2}+i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{z^2(z-1)}$ по степеням $z-1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{e^z}{(z^2+\pi^2)^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z+i|=1} \frac{dz}{(z^2+1)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 2

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-2| > 2; \\ |z-4| \leqslant 4. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y) = \cos y \operatorname{ch} x$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-i)^{2n}}{3^n(n^2+n\ln n)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{3}-1+i$, $z_3 = 2+i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{z}{z^2-5z+4}$ по степеням $z-2$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{\operatorname{sh} z}{(z^2+\pi^2)^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-1|=1} \frac{dz}{(z^2-1)^3}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 3

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-1| > 2; \\ \operatorname{Re} z < 3; \\ -\pi/4 \leqslant \arg z \leqslant \pi/4. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x, y) = e^x \operatorname{ch} y$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-1-i)^n}{2^n (n+1) \ln(n+1)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 3 + i$, $z_3 = 1 + 3i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{z+2}{(z^2+2z+5)^2}$ по степеням $z+1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{\sin z}{(z^2-\pi^2)^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z|=2} \frac{(z^2+1)}{z^3+1}\, dz.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 4

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-2| \leqslant 1; \\ \operatorname{Re} z > 1{,}5; \\ \operatorname{Im} z \geqslant -0{,}5. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = e^{-x}\sin y$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^{2n-1}}{(n+1)^2 \ln(n+1)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 3i$, $z_3 = 1+2i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{\sin z}{z - \pi/4}$ по степеням $z - \pi/4$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{\operatorname{ch} z}{(z^2+\pi^2)^3}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z|=1} z^2 e^{-1/z} dz.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 5

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z| \geqslant 1; \\ |z+\sqrt{2}| + |z-\sqrt{2}| < 2\sqrt{3}; \\ \operatorname{Im} z > 0. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y) = e^y \sin x$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^n}{2^n (n+1) \ln^2(n+1)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 1+2i$, $z_3 = -1$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{z-1}{(z^3+3z^2+2z)^2}$ по степеням $z-1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{\cos z}{(z^2-\pi^2)^3}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z|=2} z^2 \operatorname{sh} \frac{1}{z}\, dz.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 6

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-1| \leqslant 1 + \operatorname{Re} z; \\ \operatorname{Re} z < 2. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x, y) = e^{-y} \cos x$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2/3)^n (z-1+i)^n}{n + \sin(n\pi/2)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{5}{2} - i$, $z_3 = 1 + \frac{i}{2}$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \frac{1}{z(z^2-1)}$ по степеням $z+1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \frac{z^2+4}{(z^2+3z+2)^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z|=2} z \cos \frac{1}{z} \, dz.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 7

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z+2| - |z-2| \geqslant 2\sqrt{3}; \\ \operatorname{Re} z < 3; \\ \operatorname{Im} z \geqslant 0. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = e^y \operatorname{sh} x$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3/4)^n (z+2i)^{2n}}{\sqrt{n+\ln n}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = \dfrac{2}{\sqrt{3}} - 2i$, $z_3 = \left(\dfrac{2}{\sqrt{3}} - 2\right)i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{z+4}{(z^3+6z^2+13z)^2}$ по степеням $z+2$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{(z+1)^2}{(z^2-3z+2)^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z|=2} \frac{(z^3+1)\,dz}{(z^2+1)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 8

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-2| \leqslant 2; \\ |z-1| > 1; \\ |z-3| \geqslant 1; \\ \operatorname{Im} z \geqslant 0. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x, y) = \operatorname{sh} y \, \sin x$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2i)^n(n+1+arctgz)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 3i$, $z_3 = 2+i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{(16-12z+6z^2-z^3)^2}$ по степеням $z-2$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{e^{iz}}{(z^2-\pi^2)^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z+1|=1} \frac{e^z dz}{(z^2-1)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.) Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 9

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z+2|-|z-2| \leqslant 2\sqrt{3}; \\ 0 < \arg z < \pi/6. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x, y) = \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1+2i)^{2n}}{(4i)^n (n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 1-2i$, $z_3 = -1$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \frac{z}{(z^2-4)^2}$ по степеням $z-2$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = z^3 e^{-1/z^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z|=2} \frac{e^{iz}dz}{z^2+1}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.) Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 10

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-i| \geqslant 1 + \operatorname{Im} z > 0; \\ -2 \leqslant \operatorname{Re} z < 2. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = -\operatorname{sh} x \, \sin y$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-2+i)^{2n+1}}{3^n\big((n+1)^2 + \ln^2(n+1)\big)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 2+\sqrt{2}$, $z_3 = 2+i(\sqrt{3}-1)$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+z}{1-z}$ по степеням z и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = z^3 \cos\dfrac{1}{z^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-\pi i|=\pi} \frac{\operatorname{ch} z \, dz}{(z^2+\pi^2)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 11

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-1-i| < \sqrt{2}; \\ \operatorname{Re} z \cdot \operatorname{Im} z \geqslant 1. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = e^{-2x} \sin 2y$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^n}{(2i)^n \sqrt{(n+1)^3 + 2n\ln n}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 1+2i$, $z_3 = -1+4i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \left(\frac{\sin z}{z}\right)^2$ по степеням z и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = z^5 \sin \frac{1}{z^2}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-\pi/2|=1} \frac{\sin z \, dz}{(z^2 - \pi^2/4)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 12

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z+\sqrt{2}| - |z-\sqrt{2}| < 2; \\ |z-1| \leqslant 1. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y) = \operatorname{sh} 2x \, \cos 2y$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n \frac{(z-2i)^n}{n+1+\sin n\alpha}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 1$, $z_2 = \dfrac{2}{3} + 2i$, $z_3 = \dfrac{8}{3}i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{(z+1)(z+2)^3}$ по степеням $z+1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{e^{1/z}}{1-z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-i|=0{,}5} \frac{\ln z \, dz}{(z^2+1)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 13

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} 0 \leqslant |z+\sqrt{2}| - |z-\sqrt{2}| \leqslant 2; \\ |z+\sqrt{3}| + |z-\sqrt{3}| < 4. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x, y) = \operatorname{ch} 2x \, \cos 2y$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2i)^n (z+1)^{2n}}{\sqrt{n+1+\arcsin(1/n)}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = -1 + \dfrac{i}{\sqrt{2}}$, $z_3 = -\dfrac{3}{2}$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{\cos z}{(z+\pi/4)^2}$ по степеням $z + \pi/4$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{1-z} \sin \dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-1|=1} \frac{\ln(z+1)\, dz}{(z^2-1)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 14

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z - i| < \operatorname{Im} z + 1; \\ |z+2| + |z-2| \geqslant 2\sqrt{5}; \\ \operatorname{Im} z \leqslant 2. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x, y) = \operatorname{sh} 3x \, \sin 3y$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n (z+3i)^n}{3^n (n^2+1)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 3 - 3i$, $z_3 = i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = (z-1)^2 \, \sin^2 \dfrac{1}{z-1}$ по степеням $z - 1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{1+z} \operatorname{sh} \dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-1|=2} \frac{e^{-z} dz}{z(z-1)^3}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 15

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z+\sqrt{2}| - |z-\sqrt{2}| \leqslant 2; \\ |z-1| < 1 + \operatorname{Re} z; \\ \operatorname{Im} z \geqslant 0. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = e^{2y}\sin 2x$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-1+i)^{2n}}{4^n n\sqrt{n+1}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 3-i$, $z_3 = 1+i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{\sin z}{(z-3\pi/4)^3}$ по степеням $z - 3\pi/4$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{(1-z)^2}\, e^{1/z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-\pi|=4} \frac{\cos z\, dz}{z^2(z-\pi)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 16

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-i| \leqslant 1 + \operatorname{Im} z; \\ \arg z \leqslant \pi/4; \\ \operatorname{Im} z \leqslant 2. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y) = e^{-2y} \cos 2x$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2+2\,i)^n}{3^n\sqrt{n^3+1}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 2+i$, $z_3 = -1-3i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \left(\dfrac{\sin z}{z}\right)^3$ по степеням z и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{1-z^2}\, e^{1/z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-2|=1} \frac{(z+2)^2 e^z \sin \pi z \, dz}{z-2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 17

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z^2 - 1| \leqslant 1; \\ \operatorname{Re} z > 0. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x, y) = \operatorname{arctg} \dfrac{y}{x}$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z + 1 + i)^{2n}}{9^n \sqrt{n+1}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 2 - i$, $z_3 = -1 + 2i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{z}{\sqrt[3]{z^3 + 3z^2 + 3z}}$ по степеням $z + 1$ и указать области этих разложений (для многозначной функции $\sqrt[3]{z}$ рассматривается та ее ветвь, которая на положительной части действительной оси принимает действительные значения). (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{1 + z^2} \sin \dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-2|=2} \frac{z^3\, dz}{(z+1)^3 (z-2)}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 18

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-1-i| \geqslant 1; \\ |z-1+i| \geqslant 1; \\ |z-1| < 1. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y) = -\ln(x^2+y^2)$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z - i\sqrt{2})^{2n}}{2^n \sqrt[3]{n^2 + n\ln n}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{2}(1+i)$, $z_3 = 1$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{z}{(z^2-1)^3}$ по степеням $z+1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{z}{1-z^2}\,\operatorname{ch}\dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z|=1} \frac{(z^2+1)\,dz}{z^2(z+2)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 19

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-1| > 1 + \operatorname{Re} z; \\ |z+1| + |z-1| \leqslant 2\sqrt{2}. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x, y) = x^3 - 3xy^2$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z + i\sqrt{3})^{2n-1}}{3^n (n+1) \ln^{3/2}(n+1)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{3}(1 - i)$, $z_3 = -1$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{\sqrt[3]{7 + 3z - 3z^2 + z^3}}{z - 1}$ по степеням $z - 1$ и указать области этих разложений (для многозначной функции $\sqrt[3]{z}$ рассматривается та ее ветвь, которая на положительной части действительной оси принимает действительные значения). (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{z}{1 + z^2} \cos \dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-1|=2} \frac{z^3 \, dz}{(z-1)^3 (z+2)}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 20

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z^2 - 1| \geqslant 1; \\ |z - \sqrt{2}| < 2. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x, y) = \frac{y}{(x^2 + y^2)}$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z - 1 + i)^{2n-1}}{2^n (n+1) \ln(n+1)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 1 + i$, $z_3 = 1 - 2i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \frac{1}{z(z^2 - 4)}$ по степеням $z + 2$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \frac{1}{(1 - z)^2} \operatorname{sh} \frac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-i|=1} \frac{e^{iz} z \, dz}{z^2 + 1}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.) Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 21

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-i| < 1 + \operatorname{Im} z; \\ |z+i\sqrt{2}| - |z-i\sqrt{2}| \leqslant 2. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y) = \dfrac{x}{(x^2+y^2)}$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n(z+1+i/2)^n}{2^n(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = -1 + \dfrac{3}{2}i$, $z_3 = 1 - i/2$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{\sin^2 z}{(z-\pi/8)^2}$ по степеням $z - \pi/8$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{(1+z)^2} \cos\dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z+i|=1} \frac{e^{-iz}(1-z^2)\,dz}{1+z^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 22

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z\bar{z}|^2 > \operatorname{Re}(z^2); \\ 0 \leqslant \arg z \leqslant \pi/4; \\ |z-1| \leqslant 1. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y) = \dfrac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2+3i)^{2n}}{4^n (n+1+\ln^2(n+1))}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 2-i$, $z_2 = 4-3i$, $z_3 = 1-2i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{(z-1)(z^2+4)}$ по степеням z и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{(1-z)^2} \sin\dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-\pi i|=\pi} \frac{\operatorname{sh} z\, dz}{(z^2+\pi^2)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 23

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-1| \leqslant 1 + \operatorname{Re} z; \\ |z+1| + |z-1| > 2\sqrt{2}. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = -\dfrac{2xy}{(x^2+y^2)^2}$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^{2n-1}}{5^n (n+1) \ln^3(n+1)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 1+i$, $z_3 = 1$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{\cos^2 z}{(z+\pi/8)^2}$ по степеням $z + \pi/8$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{z(1-z^2)} \cos\dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z+\pi/2|=1} \frac{\sin^2 z \, dz}{(z^2 - \pi^2/4)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 24

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z+i\sqrt{5}|-|z-i\sqrt{5}| \leqslant 4; \\ \operatorname{arctg} 2 < \arg z < \pi - \operatorname{arctg} 2. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = 3x^2y - y^3$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2+2i)^n}{3^n (1+1/n)^n}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = -1-2i$, $z_3 = 5-i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{(z+1)(z^2-4)}$ по степеням z и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{z(1+z^2)} \operatorname{ch} \dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-\pi/4|=0,5} \frac{\operatorname{tg} z \, dz}{(z-\pi/4)^3}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 25

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z\bar{z}|^2 < \mathrm{Im}(z^2); \\ \pi/4 \leqslant \arg z \leqslant \pi/2. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = -\dfrac{x}{x^2+y^2}$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n n^2 (z+3-i)^n}{3^n \ln(n+1)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = -3-2i$, $z_3 = -1+i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{2+2z+z^2}$ по степеням z и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{1+z^2}\,\mathrm{sh}\,\dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-i|=1} \frac{\mathrm{ch}\,\pi z\, dz}{(z^2+1)^3}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 26

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\left\{\ |z| - 2 \leqslant \operatorname{Re} z < 2 - |z|.\right.$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y) = e^{2x} \cos 2y$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)(z-2)^{2n}}{2^n(1+\sin^2 n\alpha)}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 2+\sqrt{2}$, $z_3 = 2+i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{z+1} \cos^2 \dfrac{1}{z+1}$ по степеням $z+1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{z}{1-z} \sin \dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-1|=1} \frac{\ln(1+z)\,dz}{(z^2-1)^3}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 27

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z+i\sqrt{3}|-|z-i\sqrt{3}|\geqslant 2\sqrt{2}; \\ |z+i\sqrt{3}|+|z-i\sqrt{3}|<4. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x,y)=-e^{x/2}\sin\dfrac{y}{2}$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+\ln n)(z-1+i)^{2n}}{2^n}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1=0$, $z_2=1$, $z_3=1+\sqrt{2}-i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z)=\left(\dfrac{\cos z}{z}\right)^3$ по степеням z и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z)=\dfrac{1}{z(1+z)}\cos\dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-1|=1}\frac{e^z\ln(z+1)\,dz}{(z-1)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 28

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z-1-i| \leqslant 1; \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 2; \\ \arg z > \pi/4. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = \operatorname{sh}\dfrac{x}{2}\,\sin\dfrac{y}{2}$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)\ln(n+1)(z-1)^{2n-1}}{3^n}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 1+\sqrt{3}$, $z_2 = 1+i\sqrt{3}$, $z_3 = 0$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{1}{8-4z+z^2}$ по степеням z и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{1}{1+z}\,\operatorname{ch}\dfrac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-2i|=2} \frac{dz}{(z^4-16)^2}.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 29

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z\bar{z}|^2 \geqslant 2\,\mathrm{Im}(z^2); \\ |z-1-i| < 1. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $u(x,y) = x^4 - 6x^2y^2 + y^4$ служить действительной частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z+2i)^n 2^{2n}}{3^n (n+\sqrt{n})}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{3}{4} - 2i$, $z_3 = -\frac{5}{4}i$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \frac{z+2}{(z^3+3z^2+3z)^2}$ по степеням $z+1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \frac{1}{z(1-z)}\,\mathrm{sh}\,\frac{1}{z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-i|=0,5} \frac{\mathrm{th}(\pi z/4)}{(z^2+1)^2}\,dz.$$

Теория поля и ряды (3 сем., РЛ2, РЛ6 2020-21 уч.г.)
Домашнее задание 2 часть 2 (модуль 2)

(min: 11 баллов, max: 18 баллов)

ВАРИАНТ 30

1. Нарисовать область комплексной плоскости, заданную неравенствами.

$$\begin{cases} |z + i\sqrt{3}| + |z - i\sqrt{3}| \geqslant 4; \\ |z| < 2; \\ \operatorname{Im} z \geqslant 0. \end{cases}$$

Границы области, ей принадлежащие, начертить сплошными линиями, а не принадлежащие — пунктирными. (*3 балла*)

2. Установить, может ли функция $v(x, y) = -\dfrac{y}{x^2 + y^2}$ служить мнимой частью некоторой аналитической функции и, если может, восстановить эту аналитическую функцию. Убедиться в том, что найденная функция аналитична и удовлетворяет заданному условию. (*3 балла*)

3. Определить круг сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n (z - i\sqrt{2})^{2n}}{2^n \sqrt{n^2 + 1}}.$$

Выяснить, сходится ли ряд в точках $z_1 = 0$, $z_2 = 2\sqrt{2}$, $z_3 = \sqrt{3} + i\sqrt{2}$. Если сходится, то уточнить как: абсолютно или условно. Сделать рисунок. (*3 балла*)

4. Найти все лорановские разложения функции $f(z) = \dfrac{z}{(z^2 - 2z)^3}$ по степеням $z - 1$ и указать области этих разложений. (*3 балла*)

5. Найти все особые точки заданной функции $f(z) = \dfrac{z}{1 + z}\, e^{-1/z}$, определить их характер и найти вычеты в них. Установить характер бесконечно удаленной точки и найти вычет в ней. (*3 балла*)

6. Вычислить интеграл (*3 балла*)

$$\oint\limits_{|z-\pi|=\pi} \frac{e^{iz} \cos z \, dz}{(z - \pi)^3}.$$