

3-й семестр, РЛ2 бак. (2020-21 уч.г.)

Теория поля и ряды

Рубежный контроль 1 (модуль 1)

Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы

1. Дать определение сходящегося числового ряда. Доказать необходимый признак сходимости.
2. Сформулировать критерий Коши сходимости рядов. Исследовать на сходимость гармонический ряд.
3. Дать определение сходящегося числового ряда. Сформулировать свойства сходящихся рядов. Доказать теорему об остатке ряда.
4. Сформулировать признаки сравнения для знакоположительных рядов. Доказать предельный признак сравнения.
5. Сформулировать признаки Даламбера и Коши (радикальный). Доказать один из них.
6. Доказать интегральный признак Коши. Проанализировать на сходимость ряд Дирихле.
7. Дать определение абсолютной и условной сходимости. Описать особенности признаков Даламбера и Коши при исследовании знакопеременных рядов.
8. Дать определение знакочередующегося числового ряда. Доказать признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
9. Дать определение функционального ряда, поточечной и равномерной сходимости. Доказать признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
10. Ввести понятие степенного ряда. Доказать первую теорему Абеля.
11. Сформулировать свойства степенных рядов. Доказать теорему о дифференцировании степенного ряда.
12. Дать определение ряда Тейлора. Доказать теорему о сходимости ряда Тейлора.
13. Привести стандартные тейлоровские разложения. Дать вывод одного из таких разложений.
14. Дать определение двойного интеграла. Сформулировать его свойства.
15. Описать порядок вычисления двойного интеграла. Сформулировать теорему о замене переменных в двойном интеграле.
16. Привести вывод формулы вычисления двойного интеграла в цилиндрических координатах.
17. Описать порядок вычисления тройного интеграла. Сформулировать теорему о замене переменных в тройном интеграле.
18. Привести вывод формулы вычисления тройного интеграла в сферических координатах.
19. Дать определение криволинейного интеграла (I и II рода). Сформулировать свойства криволинейного интеграла.
20. Сформулировать теорему существования криволинейного интеграла. Привести процедуру вычисления криволинейного интеграла (оба типа).

Типовой вариант билета (теория и задачи)

1. Сформулировать признаки Даламбера и Коши (радикальный). Доказать один из них. (5 баллов)

2. Найти интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^n \ln(n+1)}{n2^n}$, исследовать ряд на сходимость в концах его интервала сходимости. (4 балла)

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле (4 балла)

$$\int_0^4 dy \int_0^{5-4y+y^2} f(x, y) dx.$$

4. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$; $z = 2 - x^2 - y^2$. (3 балла)

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{\gamma} 2xy dx - (x+y) dy$ вдоль кривой $\gamma: x^2 + y^2 = 1$ от точки (1, 0) до точки (0, 1). (3 балла)