

Интегралы и дифференциальные уравнения
2-й семестр, 2022-23, ИУ-РЛ-ПС-РТ, модуль 1
Задачи для подготовки к контрольной работе
«Техника интегрирования»

Задачи для подготовки

Интегрирование методом подведения под знак дифференциала (задачи 1 и 2)

$$\begin{array}{lll} \mathbf{1.1.} \int \frac{\sqrt[4]{5 + \ln x}}{x} dx, & \mathbf{1.2.} \int x^2 \sqrt[3]{2 + x^3} dx, & \mathbf{1.3.} \int \frac{x^2 dx}{x^6 - 1}, \\ \mathbf{1.4.} \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[4]{3 - \cos x}}, & \mathbf{1.5.} \int e^x \sqrt{2 - 3e^x} dx, & \mathbf{1.6.} \int \frac{\cos \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} dx; \end{array}$$

Интегрирование методом «по частям» (задача 3)

$$\begin{array}{llll} \mathbf{2.1.} \int x^3 e^{2x^2} dx, & \mathbf{2.2.} \int x^2 \cos 2x dx, & \mathbf{2.3.} \int x \cos 3x dx, & \mathbf{2.4.} \int \sqrt{9 + x^2} dx, \\ \mathbf{2.5.} \int \operatorname{arctg} x dx, & \mathbf{2.6.} \int e^{\sqrt{x}} dx, & \mathbf{2.7.} \int \cos \sqrt{x} dx, & \mathbf{2.8.} \int \ln x dx; \end{array}$$

Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен (задача 4)

$$\mathbf{3.1.} \int \frac{4x + 1}{\sqrt{2 + 4x - x^2}} dx, \quad \mathbf{3.2.} \int \frac{2x + 3}{\sqrt{2x^2 + 8x + 6}} dx, \quad \mathbf{3.3.} \int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2 - 2x - 1}};$$

Интегрирование тригонометрических функций (задача 5)

$$\begin{array}{llll} \mathbf{4.1.} \int \operatorname{tg}^3 x dx, & \mathbf{4.2.} \int \frac{dx}{\cos^6 x}, & \mathbf{4.3.} \int \frac{dx}{4\sin^2 x + 3\cos^2 x}, & \mathbf{4.4.} \int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cos^3 x}}, \\ \mathbf{4.5.} \int (\sqrt{\cos x} + \sin x)^2 dx, & \mathbf{4.6.} \int (\sin x + \sin 2x)^2 dx, & \mathbf{4.7.} \int \sin^4 4x dx; \end{array}$$

Интегрирование с помощью рационализирующих подстановок (задача 6)

$$\begin{array}{lll} \mathbf{5.1.} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + 1}} dx, & \mathbf{5.2.} \int \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x-1}} dx, & \mathbf{5.3.} \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}, \\ \mathbf{5.4.} \int \frac{dx}{1 - 4\sin x}, & \mathbf{5.5.} \int \frac{dx}{5 - 2\sin x + 5\cos x}, & \mathbf{5.6.} \int \frac{\sin x}{2 + \sin x} dx; \end{array}$$

Интегрирование путём разложения на простейшие дроби (задача 7)

$$\mathbf{6.1.} \int \frac{dx}{(x+1)(x+2)(x+3)}, \quad \mathbf{6.2.} \int \frac{x dx}{(x^2+1)(x-1)^2}, \quad \mathbf{6.3.} \int \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2+1)} dx;$$

Интегрирование с помощью других приёмов (задача 8)

$$\mathbf{7.1.} \int x^2(x+20)^{2020} dx, \quad \mathbf{7.2.} \int \frac{(x-20)^2}{\sqrt[20]{x+2020}} dx, \quad \mathbf{7.3.} \int \frac{x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} dx.$$

Образцы билетов контрольной работы

ИиДУ, 2022-23, ИУ-РЛ-ПС-РТ, Мод.1, КР

Вариант 0.

Вычислить:

1. $\int \frac{\sqrt[4]{5 + \ln x}}{x} dx$ (1 балл)

2. $\int x^2 \sqrt[3]{2 + x^3} dx$ (1 балл)

3. $\int x^3 e^{2x^2} dx$ (1 балл)

4. $\int \frac{4x + 1}{\sqrt{2 + 4x - x^2}} dx$ (1 балл)

5. $\int \frac{dx}{\cos^6 x}$ (2 балла)

6. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + 1}} dx$ (2 балла)

7. $\int \frac{x dx}{(x^2 + 1)(x - 1)^2}$ (2 балла)

8. $\int x^2(x + 20)^{2020} dx$ (2 балла)

min = 7, max = 12

ИиДУ, 2022-23, ИУ-РЛ-ПС-РТ, Мод.1, КР

Вариант 0.

Вычислить:

1. $\int e^x \sqrt{2 - 3e^x} dx$ (1 балл)

2. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[4]{3 - \cos x}}$ (1 балл)

3. $\int e^{\sqrt{x}} dx$ (1 балл)

4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3x^2 - 2x - 1}}$ (1 балл)

5. $\int (\sqrt{\cos x} + \sin x)^2 dx$ (2 балла)

6. $\int \frac{\sin x}{2 + \sin x} dx$ (2 балла)

7. $\int \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$ (2 балла)

8. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 2020}} dx$ (2 балла)

min = 7, max = 12