$$L = 2\left(\frac{x}{2}\sqrt{1+4x^2} + \frac{1}{4}\ln\left|x+\sqrt{x^2+\frac{1}{4}}\right|\right)\Big|_0^1 =$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\ln\left(1+\sqrt{\frac{5}{4}}\right) - 0 - \frac{1}{4}\ln\sqrt{\frac{1}{4}}\right) =$$

$$= 2\left(\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{4}\left(1+\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - \frac{1}{4}\ln\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{5} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{4} - \frac{1}{4}\ln\frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{5\sqrt{5}}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\ln\sqrt{2}.$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{5}}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\ln\sqrt{2}$.

4 Исследовать на сходимость

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos x}{x\sqrt{x}}\,dx;$$

рассмотрим $|f(x)| = \left|\frac{\cos x}{x^{\frac{3}{2}}}\right| \le \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}$.

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}}\Bigg|_1^{+\infty} = -\frac{2}{\sqrt{x}}\Bigg|_1^{+\infty} = -2\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}} - 1\right) =$$

$= 2$; $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^{3/2}}$ – сходится,

значит, $\int_1^{+\infty}\left|\frac{\cos x}{x^{3/2}}\right|dx$ – сходится по признаку сравнения,

тогда $\int_1^{+\infty}\frac{\cos x}{x\sqrt{x}}dx$ сходится абсолютно.