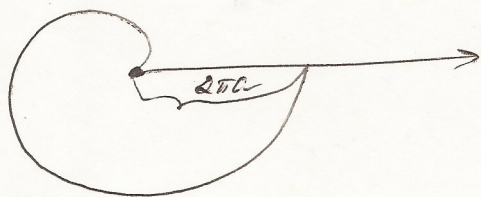


3) Площадь кофременты

$$S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} r^2(\varphi) d\varphi$$

Пример 2.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной
 первой ветвью спиралю Архимеда
 $\rho = a\varphi$ и отрезком полярной оси.



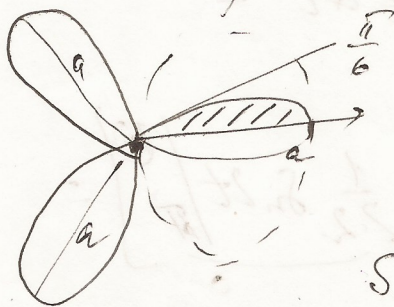
$$S = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (a\varphi)^2 d\varphi = \frac{a^2}{2} \int_0^{2\pi} \varphi^2 d\varphi = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\varphi^3}{3} \Big|_0^{2\pi} =$$

$$= \frac{a^2}{2} \cdot \frac{8\pi^3}{3} = \frac{4\pi^3 a^2}{3}$$

Ответ: $S = \frac{4\pi^3 a^2}{3}$.

Пример 3

Вычислить площадь S фигуры, ограниченной
 тремя ветвями $\rho = a \cos 3\varphi$ (трехлепестковая роза).



Найдем площадь половины
 одного лепестка S_1 .

$$S = 6 S_1$$

$$S_1 = \frac{1}{2} a^2 \int_0^{\pi/6} \cos^2 3\varphi d\varphi = \frac{1}{2} a^2 \int_0^{\pi/6} \frac{1 + \cos 6\varphi}{2} d\varphi =$$

$$= \frac{1}{2} a^2 \left[\frac{1}{2} \varphi \Big|_0^{\pi/6} + \frac{1}{2 \cdot 6} \sin 6\varphi \Big|_0^{\pi/6} \right] = \frac{1}{4} a^2 \frac{\pi}{6} = \frac{\pi a^2}{24}$$

$$S = 6 \cdot \frac{\pi a^2}{24} = \frac{\pi a^2}{4}$$

② Ответ: $\frac{\pi a^2}{4}$.