

Найти дифференциал дуги, а также косинус и синус угла, образованного с положительным направлением оси OX касательной к каждой из следующих кривых:

$$993. x^2 + y^2 = a^2 \text{ (окружность).}$$

$$994. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ (эллипс).}$$

$$995. y^2 = 2px \text{ (парабола).}$$

$$996. x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3} \text{ (астроида).}$$

$$997. y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a} \text{ (цепная линия).}$$

$$998. x = a(t - \sin t); y = a(1 - \cos t) \text{ (циклоида).}$$

$$999. x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t \text{ (астроида).}$$

Найти дифференциал дуги, а также косинус или синус угла, образованного полярным радиусом и касательной к каждой из следующих кривых:

$$1000. r = a\varphi \text{ (архимедова спираль).}$$

$$1001. r = \frac{a}{\varphi} \text{ (гиперболическая спираль).}$$

$$1002. r = a \sec^2 \frac{\varphi}{2} \text{ (парабола).}$$

$$1003. r = a \cos^2 \frac{\varphi}{2} \text{ (кардиоида).}$$

$$1004. r = a^{\varphi} \text{ (логарифмическая спираль).}$$

$$1005. r^2 = a^2 \cos 2\varphi \text{ (лемниската).}$$

Вычислить кривизну данных кривых в указанных точках:

$$1006. y = x^4 - 4x^3 - 18x^2 \text{ в начале координат.}$$

$$1007. x^2 + xy + y^2 = 3 \text{ в точке } (1; 1).$$

$$1008. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ в вершинах } A(a; 0) \text{ и } B(0; b).$$

$$1009. x = t^2, y = t^3 \text{ в точке } (1; 1).$$

$$1010. r^2 = 2a^2 \cos 2\varphi \text{ в вершинах } \varphi = 0 \text{ и } \varphi = \pi.$$

$$1011. \text{ В какой точке параболы } y^2 = 8x \text{ кривизна равна } 0,128?$$

$$1012. \text{ Найти вершину кривой } y = e^x.$$

Найти радиусы кривизны (в любой точке) данных линий:

$$1013. y = x^3 \text{ (кубическая парабола).}$$

$$1014. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ (эллипс).}$$

$$1015. x = \frac{y^2}{4} - \frac{\ln y}{2}.$$

$$1016. x = a \cos^3 t; y = a \sin^3 t \text{ (астроида).}$$

$$1055. \int \frac{ax + b}{ax + \beta} dx.$$

$$1056. \int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx.$$

$$1057. \int \frac{x^2 + 5x + 7}{x + 3} dx.$$

$$1058. \int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x - 1} dx.$$

$$1059. \int \left(a + \frac{b}{x - a} \right)^2 dx.$$

$$1060^*. \int \frac{x}{(x + 1)^2} dx.$$

$$1061. \int \frac{b dy}{\sqrt{1 - y}}.$$

$$1062. \int \sqrt{a - bx} dx.$$

$$1063^*. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

$$1064. \int \frac{\sqrt{x + \ln x}}{x} dx.$$

$$1065. \int \frac{dx}{3x^2 + 5}.$$

$$1066. \int \frac{dx}{7x^2 - 8}.$$

$$1067. \int \frac{dx}{(a + b) - (a - b)x^2}$$

$$(0 < b < a).$$

$$1068. \int \frac{x^2}{x^2 + 2} dx.$$

$$1069. \int \frac{x^3}{a^2 - x^2} dx.$$

$$1070. \int \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 4} dx.$$

$$1071. \int \frac{dx}{\sqrt{7 + 8x^2}}.$$

$$1072. \int \frac{dx}{\sqrt{7 - 5x^2}}.$$

$$1073. \int \frac{2x - 5}{3x^2 - 2} dx.$$

$$1074. \int \frac{3 - 2x}{5x^2 + 7} dx.$$

$$1075. \int \frac{3x + 1}{\sqrt{5x^2 + 1}} dx.$$

$$1076. \int \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 - 4}} dx.$$

$$1077. \int \frac{x dx}{x^2 - 5}.$$

$$1078. \int \frac{x dx}{2x^2 + 3}.$$

$$1079. \int \frac{ax + b}{a^2x^2 + b^2} dx.$$

$$1080. \int \frac{x dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}.$$

$$1081. \int \frac{x^2}{1 + x^6} dx.$$

$$1082. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 - 1}}.$$

$$1083. \int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1 - x^2}} dx.$$

$$1084. \int \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{2}}{4 + x^2} dx.$$

$$1085. \int \frac{x - \sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1 + 4x^2} dx.$$

$$1086. \int \frac{dx}{\sqrt{(1 + x^2) \ln(x + \sqrt{1 + x^2})}}$$

$$1087. \int ae^{-mx} dx.$$

$$1088. \int 4^{2 - 3x} dx.$$

$$1089. \int (e^t - e^{-t}) dt.$$

$$1090. \int \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)^2 dx.$$

$$1091. \int \frac{(a^x - b^x)^2}{a^x b^x} dx.$$

$$1092. \int \frac{a^{2x} - 1}{\sqrt{a^x}} dx.$$

$$1093. \int e^{-(x^2 + 1)x} dx.$$

$$1094. \int x \cdot 7^{x^2} dx.$$

$$1095. \int \frac{1}{x^2} dx.$$