

Так как

$$\operatorname{sh} t = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( x + \frac{1}{2} \right), \quad \operatorname{ch} t = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{x^2 + x + 1}$$

и

$$t = \ln \left( x + \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 + x + 1} \right) + \ln \frac{2}{\sqrt{3}},$$

то окончательно имеем:

$$I = \frac{1}{3} (x^2 + x + 1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4} \left( x + \frac{1}{2} \right) \sqrt{x^2 + x + 1} - \\ - \frac{3}{16} \ln \left( x + \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 + x + 1} \right) + C$$

Найти интегралы:

$$\sqrt{1403.} \int \sqrt{3 - 2x - x^2} dx.$$

$$\sqrt{1404.} \int \sqrt{2 + x^2} dx.$$

$$\sqrt{1405.} \int \frac{x^2}{\sqrt{9 + x^2}} dx.$$

$$\sqrt{1406.} \int \sqrt{x^2 - 2x + 2} dx.$$

$$\sqrt{1407.} \int \sqrt{x^2 - 4} dx.$$

$$\sqrt{1408.} \int \sqrt{x^2 + x} dx.$$

$$\sqrt{1409.} \int \sqrt{x^2 - 6x - 7} dx.$$

$$1410. \int (x^2 + x + 1)^{\frac{3}{2}} dx.$$

$$1411. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$$

$$1412. \int \frac{dx}{(x^2 - 2x + 5)^{\frac{3}{2}}}.$$

$$1413. \int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^2}}.$$

$$1414. \int \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1+x^2}}.$$

## § 10. Интегрирование различных трансцендентных функций

Найти интегралы:

$$1415. \int (x^2 + 1)^2 e^{2x} dx.$$

$$1416. \int x^2 \cos^2 3x dx.$$

$$1417. \int x \sin x \cos 2x dx.$$

$$1418. \int e^{2x} \sin^2 x dx.$$

$$1419. \int e^x \sin x \sin 3x dx.$$

$$1420. \int x e^x \cos x dx.$$

$$1421. \int \frac{dx}{e^{2x} + e^x - 2}.$$

$$1422. \int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}}.$$

$$1423. \int x^2 \ln \frac{1+x}{1-x} dx.$$

$$1424. \int \ln^2 (x + \sqrt{1+x^2}) dx.$$

$$1425. \int x \arccos (5x - 2) dx.$$

$$1426. \int \sin x \operatorname{sh} x dx.$$

## § 11. Применение «формул понижения»

эти «формулы понижения» для интегралов:

$$7. I_n = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}; \quad \text{найти } I_2 \text{ и } I_3.$$

$$428. I_n = \int \sin^n x dx; \quad \text{найти } I_4 \text{ и } I_5.$$

$$1429. I_n = \int \frac{dx}{\cos^n x}; \quad \text{найти } I_3 \text{ и } I_4.$$

$$1430. I_n = \int x^n e^{-x} dx; \quad \text{найти } I_{10}.$$

## § 12. Смешанные примеры на интегрирование

$$\sqrt{1431.} \int \frac{dx}{2x^2 - 4x + 9}.$$

$$\sqrt{1432.} \int \frac{x-5}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

$$\sqrt{1433.} \int \frac{x^3}{x^2 + x + \frac{1}{2}} dx.$$

$$1434. \int \frac{dx}{x(x^2 + 5)}.$$

$$1435. \int \frac{dx}{(x+2)^2(x+3)^2}.$$

$$1436. \int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+1)}.$$

$$1437. \int \frac{dx}{(x^2+2)^2}.$$

$$1438. \int \frac{dx}{x^4 - 2x^2 + 1}.$$

$$1439. \int \frac{x dx}{(x^2 - x + 1)^3}.$$

$$1440. \int \frac{3-4x}{(1-2\sqrt{x})^2} dx.$$

$$1441. \int \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{x^3} dx.$$

$$\sqrt{1442.} \int \frac{dx}{\sqrt{x^3 + x + 1}}.$$

$$1443. \int \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{\sqrt{2x}} dx.$$

$$1444. \int \frac{dx}{(\sqrt{x^3 + 1} \sqrt{x})^3}.$$

$$1445. \int \frac{2x+1}{\sqrt{(4x^2 - 2x + 1)^3}} dx.$$

$$1446. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{5-x} + \sqrt{5-x}}.$$

$$1447. \int \frac{x^2}{\sqrt{(x^2-1)^3}} dx.$$

$$1448. \int \frac{x dx}{(1+x^2)\sqrt{1-x^4}}.$$

$$1449. \int \frac{x dx}{\sqrt{1-2x^2-x^4}}.$$

$$1450. \int \frac{x+1}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}} dx.$$

$$1451^*. \int \frac{dx}{(x^2+4x)\sqrt{4-x^2}}.$$

$$1452. \int \sqrt{x^2-9} dx.$$

$$1453. \int \sqrt{x-4x^2} dx.$$

$$1454. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}.$$

$$1455. \int x\sqrt{x^2+2x+2} dx.$$

$$1456. \int \frac{dx}{x^4\sqrt{x^2-1}}.$$

$$1457. \int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^3}}.$$

$$1458. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}.$$