

Первообразная $F(x)$ вычисляется путем нахождения неопределенного интеграла

$$\int f(x) dx = F(x) + C.$$

Пример 1. Найти интеграл $\int_{-1}^3 x^4 dx$.

Решение. $\int_{-1}^3 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_{-1}^3 = \frac{3^5}{5} - \frac{(-1)^5}{5} = 48 \frac{4}{5}.$

1508. Пусть

$$I = \int_a^b \frac{dx}{\ln x} \quad (b > a > 1).$$

Найти:

$$1) \frac{dI}{da}; \quad 2) \frac{dI}{db}.$$

Найти производные следующих функций:

$$1509. F(x) = \int_1^x \ln t dt \quad (x > 0). \quad 1511. F(x) = \int_x^{x^2} e^{-t^2} dt.$$

$$1510. F(x) = \int_x^0 \sqrt{1+t^4} dt. \quad 1512. I = \int_{\frac{1}{x}}^{\sqrt{x}} \cos(t^2) dt \quad (x > 0)$$

1513. Найти точки экстремума функции

$$y = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt \quad \text{в области } x > 0.$$

Применяя формулу Ньютона — Лейбница, найти интегралы:

$$1514. \int_0^1 \frac{dx}{1+x}.$$

$$1516. \int_{-x}^x e^t dt.$$

$$1515. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^3}.$$

$$1517. \int_0^x \cos t dt.$$

С помощью определенных интегралов найти пределы сумм:

$$1518^{**}. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

$$1519^{**}. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n} \right).$$

$$1520. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^p + 2^p + \dots + n^p}{n^{p+1}} \quad (p > 0).$$

Вычислить интегралы:

$$1521. \int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx.$$

$$1534. \int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}.$$

$$1522. \int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx.$$

$$1535. \int_0^1 \frac{y^2 dy}{\sqrt{y^6+4}}.$$

$$1523. \int_1^4 \frac{1+\sqrt{y}}{y^2} dy.$$

$$1536. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 \alpha d\alpha.$$

$$1524. \int_2^6 \sqrt{x-2} dx.$$

$$1537. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \varphi d\varphi.$$

$$1525. \int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}.$$

$$1538. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}.$$

$$1526. \int_{-2}^{-3} \frac{dx}{x^2-1}.$$

$$1539. \int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx.$$

$$\sqrt{1527. \int_0^1 \frac{x dx}{x^2+3x+2}}.$$

$$1540. \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x dx.$$

$$1528. \int_{-1}^1 \frac{y^5 dy}{y+2}.$$

$$1529. \int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+5}.$$

$$\sqrt{1541. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{ctg}^4 \varphi d\varphi}.$$

$$\sqrt{1530. \int_3^4 \frac{dx}{x^2-3x+2}}.$$

$$\sqrt{1542. \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx}.$$

$$1531. \int_0^1 \frac{z^3}{z^3+1} dz.$$

$$1543. \int_0^1 \operatorname{ch} x dx.$$

$$1532. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 \alpha d\alpha.$$

$$1544. \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x}.$$

$$1533. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$1545. \int_0^{\pi} \operatorname{sh}^2 x dx.$$