

3) Найми

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

Отметим, что подынтегральная функция четная, поэтому

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = 2 \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = 2 \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$= 2 \lim_{b \rightarrow +\infty} \arctan x \Big|_0^b = 2 \lim_{b \rightarrow +\infty} \arctan b = 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi,$$

т.е. несобственный интеграл сходится.

4) Найми

$$\int_0^1 \frac{dx}{x}$$

$f(x) = \frac{1}{x}$ неограничена в точке $x=0$

ищем

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} = \lim_{a \rightarrow 0} \int_a^1 \frac{dx}{x} = \lim_{a \rightarrow 0} \ln x \Big|_a^1 = \lim_{a \rightarrow 0} (\ln 1 - \ln a) =$$

$= +\infty$, т.е. несобственный интеграл расходится.