Признаки сравнения и их применение к исследованию несобственных интегралов на сходимость

Теорема 1

Если функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ определены для всех $x \geq a$ и интегрируемы на отрезке $[a; A]$, где $A \geq a$, и если $0 \leq f(x) \leq \varphi(x)$ для всех $x \geq a$, то из сходимости $\int\limits_a^{+\infty} \varphi(x)\,dx$ следует сходимость $\int\limits_a^{+\infty} f(x)\,dx$, причем

$$\int\limits_a^{+\infty} f(x)\,dx \leq \int\limits_a^{+\infty} \varphi(x)\,dx.$$

Если $\int\limits_a^{+\infty} f(x)\,dx$ расходится, то расходится и $\int\limits_a^{+\infty} \varphi(x)\,dx$.

Теорема 2 Если при $x \to +\infty$ $f(x) \geq 0$ является бесконечно малой порядка $p > 0$ по сравнению с $\frac{1}{x}$, то интеграл $\int\limits_a^{+\infty} f(x)\,dx$ сходится при $p > 1$ и расходится при $p \leq 1$.

Если $f(x) \geq 0$ определена и непрерывна в промежутке $a \leq x < b$ и является