

Площадь сечения  $ABC$ , отстоящего на расстоянии  $x$  от начала координат  $O$ , равна

$$S(x) = \text{пл. } \triangle ABC = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} y \operatorname{tg} \alpha = \frac{y^2}{2} \operatorname{tg} \alpha.$$

Поэтому искомый объем клина есть

$$V = 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^R y^2 \operatorname{tg} \alpha dx = \operatorname{tg} \alpha \int_0^R (R^2 - x^2) dx = \frac{2}{3} \operatorname{tg} \alpha R^3.$$

**1685.** Найти объем тела, получающегося от вращения вокруг оси  $OX$  площади, ограниченной осью  $OX$  и параболой  $y = ax - x^2$  ( $a > 0$ ).

**1686.** Найти объем эллипсоида, образованного вращением эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  вокруг оси  $OX$ .

**1687.** Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг оси  $OX$  площади, ограниченной цепной линией  $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$ , осью  $OX$  и прямыми  $x = \pm a$ .

**1688.** Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси  $OX$  кривой  $y = \sin^2 x$  в промежутке  $x = 0$  до  $x = \pi$ .

**1689.** Найти объем тела, образованного вращением площади, ограниченной полукубической параболой  $y^2 = x^3$ , осью  $OX$  и прямой  $x = 1$ , вокруг оси  $OX$ .

**1690.** Найти объем тела, образованного вращением той же площади, что в задаче 1689, вокруг оси  $OY$ .

**1691.** Найти объемы тел, образуемых вращением площади, ограниченной линиями  $y = e^x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ , вокруг: а) оси  $OX$  и б) оси  $OY$ .

**1692.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OY$  той части параболы  $y^2 = 4ax$ , которая отсекается прямой  $x = a$ .

**1693.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг прямой  $x = a$  той части параболы  $y^2 = 4ax$ , которая этой прямой отсекается.

**1694.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг прямой  $y = -p$  фигуры, ограниченной параболой  $y^2 = 2px$  и прямой  $x = \frac{p}{2}$ .

**1695.** Найти объем тела, образованного вращением площади, содержащейся между параболой  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ , вокруг оси  $OX$ .

**1696.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $OX$  петли кривой  $(x - 4a)y^2 = ax(x - 3a)$  ( $a > 0$ ).

**1697.** Найти объем тела, производимого вращением циссоиды  $y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$  вокруг ее асимптоты  $x = 2a$ .

**1698.** Найти объем параболоида вращения, радиус основания которого  $R$ , а высота  $H$ .

**1699.** Прямой параболический сегмент, основание которого  $2a$  и высота  $h$ , вращается вокруг основания. Определить объем тела вращения, которое при этом получается («лимон» Кавальери).

**1700.** Показать, что объем части, отсекаемой плоскостью  $x = 2a$  от тела, образованного вращением равнобочной гиперболы  $x^2 - y^2 = a^2$  вокруг оси  $OX$ , равен объему шара радиуса  $a$ .

**1701.** Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды  $x = a(t - \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  и осью  $OX$ , вокруг: а) оси  $OX$ , б) оси  $OY$  и в) оси симметрии фигуры.

**1702.** Найти объем тела, образованного вращением астроида  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = b \sin^3 t$  вокруг оси  $OY$ .

**1703.** Найти объем тела, которое получается от вращения кардиоиды  $r = a(1 + \cos \varphi)$  вокруг полярной оси.

**1704.** Найти объем тела, образованного вращением кривой  $r = a \cos^2 \varphi$  вокруг полярной оси.

**1705.** Найти объем обелиска, параллельные основания которого — прямоугольники со сторонами  $A$ ,  $B$  и  $a$ ,  $b$ , а высота равна  $h$ .

**1706.** Найти объем прямого эллиптического конуса, основание которого есть эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ , а высота равна  $h$ .

**1707.** На хордах астроиды  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ , параллельных оси  $OX$ , построены квадраты, стороны которых равны длинам хорд и плоскости которых перпендикулярны к плоскости  $XOY$ . Найти объем тела, образованного этими квадратами.

**1708.** Деформирующийся круг перемещается так, что одна из точек его окружности лежит на оси  $OY$ , центр описывает эллипс  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , а плоскость круга перпендикулярна к плоскости  $XOY$ .

Найти объем тела, образованного кругом.

**1709.** Плоскость движущегося треугольника остается перпендикулярной к неподвижному диаметру круга радиуса  $a$ . Основанием треугольника служит хорда круга, а вершина его скользит по прямой параллельно неподвижному диаметру на расстоянии  $h$  от плоскости круга. Найти объем тела (называемого коноидом), образованного движением этого треугольника от одного конца диаметра до другого.

**1710.** Найти объем тела, ограниченного цилиндрами  $x^2 + z^2 = a^2$  и  $y^2 + z^2 = a^2$ .

**1711.** Найти объем сегмента, отсекаемого от эллиптического параболоида  $\frac{y^2}{2p} + \frac{z^2}{2q} = x$  плоскостью  $x = a$ .

**1712.** Найти объем тела, ограниченного однополостным гиперболоидом  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  и плоскостями  $z = 0$  и  $z = h$ .

**1713.** Найти объем эллипсоида  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .