

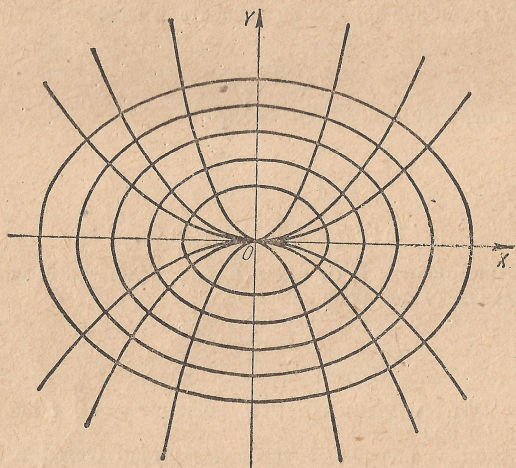
Решение. Дифференцируя уравнение (5), находим дифференциальное уравнение семейства

$$x + 2yy' = 0.$$

Отсюда, заменяя y' на $-\frac{1}{y}$, получим дифференциальное уравнение нальных траекторий

$$x - \frac{2y}{y'} = 0 \text{ или } y' = \frac{2y}{x}.$$

Интегрируя, будем иметь $y = Cx^2$ (семейство парабол) (черт. 106). Составление дифференциальных уравнений в геометрических задачах может быть использован геометрический смысл производной как



Черт. 106.

образованной касательной к кривой с положительным направлением. Это позволяет во многих случаях сразу установить соотношение между y искомой кривой, ее абсциссой x и тангенсом угла касания. т. е. получить дифференциальное уравнение. В других случаях (2890, 2895) используется геометрический смысл определенного интеграла — площади криволинейной трапеции или длины дуги. При этом не только из условия задачи получается простейшее интегральное уравнение, но искомая функция входит под знак интеграла, однако путем дифференцирования обеих его частей можно легко перейти к дифференциальному уравнению.

Пример 3. Найти кривую, проходящую через точку (3; 4), если любой ее отрезок, заключенный между касательными, делится пополам в точке касания.

Решение. Пусть $M(x; y)$ есть середина касательной AB к кривой, являющаяся точкой касания (точки A и B — это точки пересечения касательной с осями OY и OX). В силу условия $OA = 2y$ и $OB = 2x$. Угловой коэффициент касательной к кривой в точке $M(x; y)$ есть

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{OA}{OB} = -\frac{y}{x}.$$

$$x^2 = 0.$$

Семейство соответ-

$$+ \int x dy = 0$$

(1; 0) и

касательной на

ожидается, что-

атрия равна

окрестности

вежественная

длина которых

кула временной

рассекает

я. Делка.

-гидка.

ра вида

(1)

ид

(2)