то, полагая $y'=p$, $y''=p\dfrac{dp}{dy}$, получим уравнение порядка на единицу ниже

$$F\left(y,\ p,\ p\frac{dp}{dy}\right)=0.$$

Пример 2. Найти частное решение уравнения

$$yy''-y'^2=y^4$$

при условии $y=1$, $y'=0$ при $x=0$.

Решение. Полагаем $y'=p$, тогда $y''=p\dfrac{dp}{dy}$ и наше уравнение преобразуется в следующее:

$$yp\frac{dp}{dy}-p^2=y^4.$$

Мы получили уравнение типа Бернулли относительно p (y считаем аргументом). Решая его, найдем:

$$p=\pm y\sqrt{C_1+y^2}.$$

Из условия $y'=p=0$ при $y=1$ имеем $C_1=-1$. Следовательно,

$$p=\pm y\sqrt{y^2-1}$$

или

$$\frac{dy}{dx}=\pm y\sqrt{y^2-1}.$$

Интегрируя, имеем:

$$\arccos\frac{1}{y}\pm x=C_2.$$

Полагая $y=1$ и $x=0$, получим $C_2=0$, откуда $\dfrac{1}{y}=\cos x$ или $y=\sec x$.

Решить уравнения:

2911. $y''=\dfrac{1}{x}$.

2912. $y''=-\dfrac{1}{2y^3}$.

2913. $y''=1-y'^2$.

2914. $xy''+y'=0$.

2915. $yy''=y'^2$.

2916. $yy''+y'^2=0$.

2917. $(1+x^2)y''+y'^2+1=0$.

2918. $y'(1+y'^2)=ay''$.

2919. $x^2y''+xy'=1$.

2920. $yy''=y^2y'+y'^2$.

2921. $yy''-y'(1+y')=0$.

2922. $y''=-\dfrac{x}{y'}$.

2923. $(x+1)y''-(x+2)y'+x+2=0$.

2924. $xy''=y'\ln\dfrac{y'}{x}$.

2925. $y'+\dfrac{1}{4}y''^2=xy''$.

2926. $xy'''+y''=1+x$.

2927. $y'''^2+y''^2=1$.

Найти частные решения при указанных начальных условиях:

2928. $(1+x^2)y''-2xy'=0$; $y=0$, $y'=3$ при $x=0$.

2929. $1+y'^2=2yy''$; $y=1$, $y'=1$ при $x=1$.

2930. $yy''+y'^2=y'^3$; $y=1$, $y'=1$ при $x=0$.

2931. $xy''=y'$; $y=0$, $y'=0$ при $x=0$.

Найти общие интегралы уравнений:

2932. $yy'=\sqrt{y^2+y'^2}\,y''-y'y''$.

2933. $yy''=y'^2+y'\sqrt{y^2+y'^2}$.

2934. $y'^2-yy''=y^2y'$.

2935. $yy''+y'^2-y'^3\ln y=0$.

Найти решения, удовлетворяющие указанным условиям:

2936. $y''y^3=1$; $y=1$, $y'=1$ при $x=\dfrac{1}{2}$.

2937. $yy''+y'^2=1$; $y=1$, $y'=1$ при $x=0$.

2938. $xy''=\sqrt{1+y'^2}$; $y=0$ при $x=1$; $y=1$ при $x=e^2$.

2939. $y''(1+\ln x)+\dfrac{1}{x}\cdot y'=2+\ln x$; $y=\dfrac{1}{2}$, $y'=1$ при $x=1$.

2940. $y''=\dfrac{y'}{x}\left(1+\ln\dfrac{y'}{x}\right)$; $y=\dfrac{1}{2}$, $y'=1$ при $x=1$.

2941. $y''-y'^2+y'(y-1)=0$; $y=2$, $y'=2$ при $x=0$.

2942. $3y'y''=y+y'^3+1$; $y=-2$, $y'=0$ при $x=0$.

2943. $y^2+y'^2-2yy''=0$; $y=1$, $y'=1$ при $x=0$.

2944. $yy'+y'^2+yy''=0$; $y=1$ при $x=0$ и $y=0$ при $x=-1$.

2945. $2y'+(y'^2-6x)\cdot y''=0$; $y=0$, $y'=2$ при $x=2$.

2946. $y'y^2+yy''-y'^2=0$; $y=1$, $y'=2$ при $x=0$.

2947. $2yy''-3y'^2=4y^2$; $y=1$, $y'=0$ при $x=0$.

2948. $2yy''+y^2-y'^2=0$; $y=1$, $y'=1$ при $x=0$.

2949. $y''=y'^2-y$; $y=-\dfrac{1}{4}$, $y'=\dfrac{1}{2}$ при $x=1$.

2950. $y''+\dfrac{1}{y^2}e^{y^2}y'-2yy'^2=0$; $y=1$, $y'=e$ при $x=-\dfrac{1}{2e}$.

2951. $1+yy''+y'^2=0$; $y=0$, $y'=1$ при $x=1$.

2952. $(1+yy')y''=(1+y'^2)y'$; $y=1$, $y'=1$ при $x=0$.

2953. $(x+1)y''+xy'^2=y'$; $y=-2$, $y'=4$ при $x=1$.

Решить уравнения:

2954. $y'=xy''^2+y''^2$.

2955. $y'=xy''+y''-y''^2$.