

Найти ортонормированный базис и матрицу в собственных векторов и матрицу в том базисе для линейного оператора заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей  $A$  (исходный базис определен неоднозначно).

4.183.

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$\begin{aligned} \det(A - \lambda E) &= \begin{vmatrix} 11-\lambda & 2 & -8 \\ 2 & 2-\lambda & 10 \\ -8 & 10 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \\ &= (11-\lambda)(10-7\lambda+\lambda^2-100) - 2(10-2\lambda+80) - 8(20+8(2-\lambda)) = \\ &= (11-\lambda)(\lambda^2-7\lambda-90) - 180 + 4\lambda - 160 - 64(2-\lambda) = \\ &= 11\lambda^2 - 77\lambda - 990 - \lambda^3 + 7\lambda^2 + 50\lambda - 340 + 4\lambda - 128 + 64\lambda = \\ &= -\lambda^3 + 18\lambda^2 + 81\lambda - 1458 = \lambda^2(18-\lambda) + 81(\lambda-18) = \\ &= (81-\lambda^2)(\lambda-18) \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = 9$$

$$\lambda_2 = -9$$

$$\lambda_3 = 18$$

$$A(\bar{x}, \bar{x}) = 9x_1^2 - 9x_2^2 + 18x_3^2$$