

$$D = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$$

$$U = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Векторы: } \bar{e}_1 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \bar{e}_2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \bar{e}_3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Дана матрица A и найдем
 глав. матрицу D и матрицу
 (форма) матрицы U так, что

$$A = U D U^{-1}$$

4.191

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

Решение

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 & -2 \\ 2 & 5-\lambda & -4 \\ -2 & -4 & 5-\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (2-\lambda)(25-10\lambda+\lambda^2-16) - 2(10-2\lambda-8) - 2(-8+2(5-\lambda)) =$$

$$= (2-\lambda)(\lambda^2-10\lambda+9) \cdot -4+4\lambda - 2(-8+10-2\lambda) =$$

$$= \underline{2\lambda^2 - 20\lambda + 18} - \lambda^3 + 10\lambda^2 - 9\lambda - 4 + 4\lambda - 4 + 4\lambda =$$

$$= -\lambda^3 + 12\lambda^2 - 21\lambda + 10; \quad -(\lambda^3 - 12\lambda^2 + 21\lambda - 10)$$

$\lambda = 1, 10$ - корни

$$\lambda_{1,2} = 1, \lambda_3 = 10$$