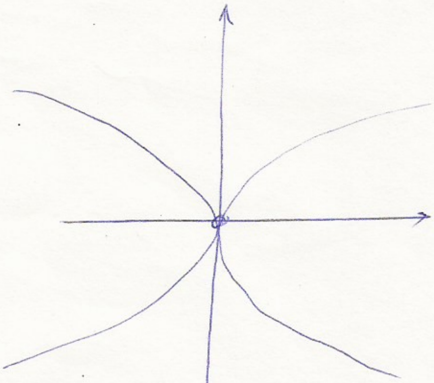
1170 Найти обл. определение $u = \arcsin\left(\frac{x}{y^2}\right)$:

Решение

$u=\arcsin\frac{x}{y^2}$, $y\neq 0$, $\quad -1 \le \frac{x}{y^2} \le 1$

$$-y^2 \le x \le y^2$$



Рассмотрим линии $y^2 = x$

и $y^2=-x$

Обл. определения – это часть плоскости, заключенная между двумя параболами, $y^2=x$, $y^2=-x$

кроме $O(0,0)$

Предел и непрерывность ФНП

$A=\lim\limits_{P\to P_0} u$, если $\quad P(x_1,\dots,x_n)$, $P_0(a_1,\dots,a_n)$

$\forall \varepsilon>0 \quad \exists\delta>0: \quad 0<\rho(P,P_0)=\sqrt{(x_1-a_1)^2+\dots+(x_n-a_n)^2}<\delta(\varepsilon)$

$\Rightarrow |f(x_1,\dots,x_n)-A|<\varepsilon$

Найти предел

7.32.

$$\lim_{\substack{x\to0\\y\to0}}\frac{xy}{3-\sqrt{xy+9}} = \left\{\begin{array}{l}\text{пусть точка } P(x,y)\to P_0(0,0)\\ \text{рассмотрим}\\ \text{изменение } x \text{ и } y\\ \text{вдоль } y=kx\end{array}\right\} =$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{x\cdot kx}{3-\sqrt{x\cdot kx+9}} = \lim_{x\to0}\frac{kx^2}{3-\sqrt{kx^2+9}} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to0}\frac{2kx}{-\frac{k\cdot 2x}{2\sqrt{kx^2+9}}} =$$

$$=-\lim_{x\to0}\frac{2kx\cdot2\sqrt{kx^2+9}}{2kx} = -6$$ результат не зависит от k, значит, функция имеет предел и он равен -6.