Частные производные первого порядка.

Частной производной от функции $z=f(x,y)$ по независимой переменной x называется конечный предел

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x, y)-f(x,y)}{\Delta x}=\frac{\partial z}{\partial x}=f'_x(x,y),$$

вычисленный при постоянном y.

Частной производной по y называется конечный предел

$$\lim_{\Delta y\to 0}\frac{f(x, y+\Delta y)-f(x,y)}{\Delta y}=\frac{\partial z}{\partial y}=f'_y(x,y),$$

вычисленный при постоянном x.

Для частных производных справедливы обычные правила и формулы дифференцирования.

Найти частные производные $1^{го}$ и $2^{го}$ порядков от заданных функций.

7.61. $z=\ln(x^2+y^2)$

$$z'_x=\frac{2x}{x^2+y^2};\quad z'_y=\frac{2y}{x^2+y^2}$$

$$z''_{xx}=(z'_x)'_x=\frac{2y^2-2x^2}{(x^2+y^2)^2};\quad z''_{yy}=\frac{2x^2-2y^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$z''_{xy}=\frac{-4xy}{(x^2+y^2)^2}$$