

Приведение уравнений кривых к каноническому виду.

1. Привести к канон. виду уравнение кривой
 $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0$.

Решение.

Матрица старших членов имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Исходный базис (\vec{i}, \vec{j})

Составим характеристическое уравнение

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & 2 \\ 2 & 8-\lambda \end{vmatrix} = 0, \Rightarrow \lambda^2 - 13\lambda + 36 = 0$$
$$\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 9.$$

При $\lambda_1 = 4$ имеем $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_1 = -2x_2$$

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\lambda_2 = 9$ $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$2x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 = \frac{x_2}{2}$$

$$\vec{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2)$$