$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2;-1) \qquad \vec{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(1;2)$

Построим матрицу преобразования координат (по столбцам $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$)

$$S = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} e_1 & e_2 \\ \downarrow & \downarrow \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

тогда из S по строкам

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{5}}(2x' + 1y') \\ y = \frac{1}{\sqrt{5}}(-x' + 2y') \end{cases}$$

Подставим выражения для x и y в исходное уравнение:

$$5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0$$

$$5 \cdot \frac{1}{5}(2x'+y')^2 + 4 \cdot \frac{1}{5}(2x'+y')(-x'+2y') + 8 \cdot \frac{1}{5}(-x'+2y')^2 -$$

$$-32 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}(2x'+y') - 56 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}(-x'+2y') + 80 = 0,$$

$$4x'^2 + 4x'y' + y'^2 + \frac{4}{5}(-2x'^2 + 3x'y' + 2y'^2) + \frac{8}{5}(4y'^2 - 4x'y' + x'^2) -$$

$$-\frac{32 \cdot 2}{\sqrt{5}}x' - \frac{32}{\sqrt{5}}y' + \frac{56}{\sqrt{5}}x' - \frac{56 \cdot 2}{\sqrt{5}}y' + 80 = 0,$$

$$4x'^2 + \cancel{4x'y'} + y'^2 \cancel{- \frac{8}{5}x'^2} + \cancel{\frac{12}{5}x'y'} + \frac{8}{5}y'^2 + \frac{32}{5}y'^2 \cancel{- \frac{32}{5}x'y'} \cancel{+ \frac{8}{5}x'^2} - \frac{64}{\sqrt{5}}x' -$$

$$-\frac{32}{\sqrt{5}}y' + \frac{56}{\sqrt{5}}x' - \frac{112}{\sqrt{5}}y' + 80 = 0,$$