2. Привести к канон. виду

(1) $3x^2+4xy-2\sqrt{5}x+4\sqrt{5}y-9=0$

Решение.

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$$

$$\det(A-\lambda E)=\begin{vmatrix}3-\lambda & 2\\ 2 & -\lambda\end{vmatrix}=\lambda^2-3\lambda-4$$

$\lambda_1=-1$

$\lambda_2=4$

$$\lambda_1=-1 \Rightarrow \vec{e}_1=\frac{1}{\sqrt{5}}(1;-2)=\frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{i}-2\vec{j})$$

$$\lambda_2=4 \Rightarrow \vec{e}_2=\frac{1}{\sqrt{5}}(2;1)=\frac{1}{\sqrt{5}}(2\vec{i}+\vec{j})$$

$$T=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{array}{c}\begin{array}{cc}e_1 & e_2\end{array}\\ \begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}\end{array}$$

(2) $\begin{cases}x=\frac{1}{\sqrt{5}}(x'+2y') \\ y=\frac{1}{\sqrt{5}}(-2x'+y')\end{cases}$ по строкам

Подставим (2) в (1)

$$3\cdot\frac{1}{5}(x'+2y')^2+\frac{4}{5}(x'+2y')(-2x'+y')-2(x'+2y')+4(-2x'+y')-9=0$$

получим

$x'^2+10x'-4y'^2+9=0$, выделим полный квадрат.