3. Привести к каноническому виду

$$3x^2+5y^2+3z^2-2xy+2xz-2yz-12x-10=0 \quad (1).$$

Решение.

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\det(A-\lambda E)=\begin{vmatrix} 3-\lambda & -1 & 1 \\ -1 & 5-\lambda & -1 \\ 1 & -1 & 3-\lambda \end{vmatrix}=0$$

$$(3-\lambda)(\lambda^2-8\lambda+12)=0$$

$$\lambda_1=2$$

$$\lambda_2=3$$

$$\lambda_3=6.$$

$$\lambda_1=2 \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_2=0$$

$$-x_1+x_3=0$$

$$x_1=-x_3$$

вектор $(1;0;-1)$

$$\bar{e}_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(1;0;-1)=\frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{i}-\bar{k})$$