

$$S = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} x' + \frac{1}{\sqrt{3}} y' + \frac{1}{\sqrt{6}} z' \\ y = \frac{1}{\sqrt{3}} y' - \frac{2}{\sqrt{6}} z' \\ z = -\frac{1}{\sqrt{2}} x' + \frac{1}{\sqrt{3}} y' + \frac{1}{\sqrt{6}} z' \end{cases}$$

Подставим (2) в (1), после упрощения получим

$$2x'^2 + 3y'^2 + 6z'^2 - 6\sqrt{2}x' - 4\sqrt{3}y' - 2\sqrt{6}z' - 10 = 0$$

выделим полные квадраты по x', y', z'

$$2\left(x' - \frac{3}{\sqrt{2}}\right) + 3\left(y' - \frac{4}{\sqrt{3}}\right) + 6\left(z' - \frac{1}{\sqrt{6}}\right) = 0$$

$$2\left(x' - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + 3\left(y' - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + 6\left(z' - \frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2 = 24$$

$$\begin{cases} x'' = x' - \frac{3}{\sqrt{2}} \\ y'' = y' - \frac{2}{\sqrt{3}} \\ z'' = z' - \frac{1}{\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x''^2}{12} + \frac{y''^2}{8} + \frac{z''^2}{4} = 1$$

эллипсоид.

Перепишем его в системе x'', y'', z''