

**Математический анализ, 1-й семестр,
ИУ, РЛ, БМТ (кроме ИУ9) (2021-22 уч.г.)**

**Рубежный контроль 2
Вопросы для подготовки**

Теоретические вопросы (определения)¹

1. Сформулируйте определение наклонной асимптоты. [10]
2. Сформулируйте определение производной функции в точке. [11]
3. Сформулируйте определение односторонней производной функции. [11]
4. Сформулируйте определение производной n -го порядка. [12]
5. Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке. [11]
6. Сформулируйте определение дифференциала первого порядка. [12]
7. Сформулируйте определение дифференциала n -го порядка. [12]
8. Сформулируйте определение возрастающей функции. [15]
9. Сформулируйте определение невозрастающей функции. [15]
10. Сформулируйте определение убывающей функции. [15]
11. Сформулируйте определение неубывающей функции. [15]
12. Сформулируйте определение монотонной функции. [15]
13. Сформулируйте определение строго монотонной функции. [15]
14. Сформулируйте определение локального минимума. [15]
15. Сформулируйте определение строгого локального минимума. [15]
16. Сформулируйте определение локального максимума. [15]
17. Сформулируйте определение строгого локального максимума. [15]
18. Сформулируйте определение экстремума. [15]
19. Сформулируйте определение строгого экстремума. [15]
20. Сформулируйте определение стационарной точки. [15]
21. Сформулируйте определение критической точки. [15]
22. Сформулируйте определение выпуклости функции на промежутке. [16]
23. Сформулируйте определение точки перегиба графика функции. [16]

Теоретические вопросы (формулировки теорем)

1. Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты [10].
2. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке [11].
3. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции. [11]
4. Сформулируйте теорему о производной произведения. [11]
5. Сформулируйте теорему о производной частного. [11]
6. Сформулируйте свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка [12].
7. Сформулируйте теорему Ферма. [13]
8. Сформулируйте теорему Ролля. [13]
9. Сформулируйте теорему Лагранжа. [13]
10. Сформулируйте теорему Коши. [13]

¹В квадратных скобках указаны номера лекций по календарному плану, см. также Иванков П.Л. Математический анализ. Конспект лекций. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://fn.bmstu.ru/educational-work-fs-12/lecture-notes-fs-12> (дата обращения 01.09.2020).

Задачи для подготовки

1. Исследуйте функцию и постройте ее график:

1.1. $\frac{x}{x^2+1}$. 1.2. $\ln \frac{x^2}{x+1} - 1$. 1.3. $\frac{e^x}{x}$.

2. Для следующих функций запишите формулу Маклорена с остаточным членом в форме Пеано:

2.1. $f(x) = \sqrt{4-2x}$. 2.2. $f(x) = \frac{x}{4-x^2}$. 2.3. $f(x) = \log_2 \left(\frac{4+x}{1-x} \right)$.
2.4. $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$. 2.5. $f(x) = \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$. 2.6. $f(x) = \operatorname{ch}(x+1)$.
2.7. $f(x) = 2^{x^2}$. 2.8. $f(x) = x \cos |3x|$. 2.9. $f(x) = x \operatorname{sh} 2x$.
2.10. $f(x) = \cos^2 x$. 2.11. $f(x) = \sin^2 x$. 2.12. $f(x) = \operatorname{sh}^2 x$.

3. Вычислите предел:

3.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \operatorname{ch} x - 2}{x^4}$. 3.2. $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\ln \operatorname{tg} 2x}{\ln(1 - \cos x)}$. 3.3. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$.
3.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos x + \sin \frac{x^2}{2} \right)^{1/x^4}$. 3.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2^x)^{1/x}$. 3.6. $\lim_{x \rightarrow 0+0} x e^{1/x}$.
3.7. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$. 3.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(e^x - 1)^2} \right)$. 3.9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 3^x)^{\frac{2}{x+3}}$.

Типовой вариант билета по теории

1. (1 балл) Сформулируйте определение строгого локального минимума.
2. (1 балл) Сформулируйте определение односторонней производной функции.
3. (1 балл) Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции.

min: 2 балла, max: 3 балла

Типовой вариант билета по задачам

1. (6 баллов) Исследуйте функцию $y = \frac{e^{-x}}{x+1}$ и постройте ее график.
2. (5 баллов) Для функции $f(x) = \frac{x^2}{2+x}$ запишите формулу Маклорена с остаточным членом в форме Пеано (привести пять первых ненулевых членов).
3. (5 баллов) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)^{1/x}$.

min: 9 баллов, max: 16 баллов