а затем

$$\lim_{x\to\pm\infty}(y(x)-x)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt[3]{x(x-1)^2}-x\right)=$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-2x^2+x}{\sqrt[3]{x^2(x-1)^4}+x\sqrt[3]{x(x-1)^2}+x^2}=-2/3.$$

Следовательно, правая и левая наклонные асимптоты совпадают и определяются уравнением $y=x-\frac{2}{3}$.

График функции приведен на рис. 45. ▶

Построить графики следующих функций:

5.461. $y=\frac{(x^2-5)^3}{125}$. **5.462.** $y=\frac{1}{4}x^2(x^2-3)^2$.

5.463. $y=\frac{1}{6}x^3(x^2-5)$. **5.464.** $y=\frac{x^3}{2(x-1)^2}$.

5.465. $y=\frac{x^4}{x^3-1}$. **5.466.** $y=\frac{x^3-3x}{x^2-1}$. **5.467.** $y=\frac{x^4}{x^3+1}$.

5.468. $y=\frac{x}{x^3+2}$. **5.469.** $y=\frac{x^3}{x^4-1}$. **5.470.** $y=\frac{x^2}{x^3-1}$.

5.471. $y=\frac{x}{x^2-4}$. **5.472.** $y=\frac{x^3}{x^2-3}$. **5.473.** $y=\frac{x}{2-x^3}$.

5.474. $y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$. **5.475.** $y=\frac{x^3}{x^3+1}$.

5.476. $y=\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x-1}$. **5.477.** $y=\sqrt[3]{x^2-2x}$.

5.478. $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}+\sqrt[3]{(x-1)^2}$.

5.479. $y=\frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}+\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$. **5.480.** $y=\sqrt[3]{1-x^3}$.

5.481. $y=\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x-1}$.

5.482. $y=\sqrt[3]{x^3+1}+\sqrt[3]{x^3-1}$.

5.483. $y=\frac{x^3}{\sqrt{x^4+1}}$. **5.484.** $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

5.485. $y=\frac{x^3}{3\sqrt[3]{x^3+2}}$. **5.486.** $y=\frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3-4}}$.

5.487. $y=\frac{x^3}{\sqrt[3]{(x^3+2)^2}}$. **5.488.** $y=\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$.

5.489. $y=\frac{\sqrt[3]{x^3+2}}{x}$. **5.490.** $y=\frac{x}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}}$.

5.491. $y=\frac{\sqrt{|x^2-3|}}{x}$. **5.492.** $y=\frac{x^2}{\sqrt{|x^2-1|}}$.

5.493. $y=\sqrt[3]{|x^2-1|}$. **5.494.** $y=\sqrt{|x^2-2|^3}$.

5.495. $y=\sin x+\cos x$. **5.496.** $y=\frac{1}{\sin x+\cos x}$.

5.497. $y=x\operatorname{arctg}x$. **5.498.** $y=\frac{x}{2}+\operatorname{arcctg}x$.

5.499. $y=e^{2x-x^2}$. **5.500.** $y=xe^{-x^2/2}$.

5.501. $y=\frac{1}{x}e^{-1/x}$. **5.502.** $y=\frac{1}{x^2}e^{-1/x^2}$.

5.503. $y=xe^{1/x}$. **5.504.** $y=\frac{1}{x}e^{-1/x^2}$.

5.505. $y=(x-2)e^{-1/x}$. **5.506.** $y=(2x-1)e^{2/x}$.

5.507. $y=(x^2+1)e^{-x^2/2}$. **5.508.** $y=x^2e^{2/x}$.

5.509. $y=x^3e^{-x^2/2}$.

5.510. $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$. **5.511.** $y=\frac{\ln x}{x}$.

5.512. $y=\frac{1}{x\ln x}$. **5.513.** $y=x^2\ln x$.

5.514. $y=\frac{\ln x}{x^2}$. **5.515.** $y=x^2\ln^2 x$.

5.516. $y=x^2/\ln|x|$. **5.517.** $y=x\ln^2|x|$.

5.518. $y=\ln|x^2-1|$. **5.519.** $y=\frac{1}{x^2}\ln^2|x|$.

5.520. $y=x^x$, $x>0$. **5.521*.** $y=x^{1/x}$, $x>0$.

5.522. $y=(1+x)^{1/x}$, $x>-1$. **5.523*.** $y=\frac{\sin x}{x}$.

Построить кривые, заданные параметрически:

5.524. $x=te^t$, $y=te^{-t}$, $t\in\mathbb{R}$.

◀ Проведем вспомогательные вычисления:

$$x'_t=(1+t)e^t,\quad y'_t=(1-t)e^{-t},\quad y'_x=\frac{1-t}{1+t}e^{-2t},$$

$$x''_{tt}=(2+t)e^t,\quad y''_{tt}=(t-2)e^{-t},\quad y''_{xx}=2\frac{t^2-2}{(1+t)^3}e^{-3t}.$$

Так как $x'_t=0$ при $t=-1$ и $x''_{tt}(-1)=\frac{1}{e}>0$, то $x_{\min}=-\frac{1}{e}$. Так как $y'_t=0$ при $t=1$ и $y''_{tt}(1)=-\frac{1}{e}<0$, то $y_{\max}=\frac{1}{e}$. Отсюда следует, что кривая расположена в области $\{(x,y)\mid x\in[-1/e,+\infty),\ y\in(-\infty,1/e]\}$. Из выражения для производной y'_x определяем критические точки $t_1=1$ $(y'_x(1)=0)$ и $t_2=-1$ ($y'_x(-1)$ не существует). Критические точки первой производной находим из выражения для второй производной y''_{xx}: $t_3=\sqrt{2}$ $(y''_{xx}(\sqrt{2})=0)$, $t_4=-\sqrt{2}$ $(y''_{xx}(-\sqrt{2})=0)$ и $t_5=-1$ ($y''_{xx}(-1)$ не существует). Следовательно, $A(-\sqrt{2}/e^{\sqrt{2}},\ -\sqrt{2}e^{\sqrt{2}})$ и $B(\sqrt{2}e^{\sqrt{2}},\ \sqrt{2}/e^{\sqrt{2}})$ — точки перегиба.