

- 1.261.  $f(x) = x^2$ ,  $x_0 = 2$ ,  $a = 4$ .  
 1.262.  $f(x) = 1/x$ ,  $x_0 = 1$ ,  $a = 1$ .  
 1.263.  $f(x) = \lg x$ ,  $x_0 = 1$ ,  $a = 0$ .

Используя логическую символику, записать следующие утверждения:

- 1.264.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ . 1.265.  $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = -\infty$ .  
 1.266.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ . 1.267.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .  
 1.268.  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$ . 1.269.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ .  
 1.270.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ . 1.271.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ .

Вычислить пределы следующих рациональных выражений:

- 1.272.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2}{3x^2 - 5x + 1}$ . 1.273.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3}{x^2 - 3}$ .  
 1.274.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x}{|x+3|}$ . 1.275.  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{-2}} \frac{x^2 - 2}{x^4 + x^2 + 1}$ .  
 1.276.  $\lim_{x \rightarrow 2 \pm 0} \left( \frac{1}{2-x} - \frac{3}{8-x^3} \right)$ . 1.277.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^3 - x}$ .  
 1.278.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$ ;  $m, n \in \mathbb{N}$ . 1.279.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$ .  
 1.280.  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$ . 1.281.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3}$ .  
 1.282.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right)$ . 1.283.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x}{x^2 - 3x + 1}$ .  
 1.284.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^5 + (x+2)^5 + \dots + (x+n)^5}{x^5 + n^5}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .  
 1.285.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x+2}{x^2 - 5x + 4} + \frac{x-4}{3(x^2 - 3x + 2)} \right)$ .  
 1.286.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2}{2x+1} - \frac{(2x-1)(3x^2+x+2)}{4x^2} \right)$ .

1.287. Доказать, что если  $P_n(x) = a_0 x^n + \dots + a_n$ ,  
 $Q_m(x) = b_0 x^m + \dots + b_m$ , то

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \begin{cases} 0 & \text{при } n < m, \\ a_0/b_0 & \text{при } n = m, \\ \infty & \text{при } n > m. \end{cases}$$

При вычислении пределов, содержащих иррациональные выражения, часто используются следующие приемы: а) введение новой переменной для получения рационального выражения; б) перевод иррациональности из знаменателя в числитель или наоборот.

Пример 1. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 81} \frac{3 - \sqrt[4]{x}}{9 - \sqrt{x}}$ .

◀ Пусть  $t = \sqrt[4]{x}$ . Тогда

$$\lim_{x \rightarrow 81} \frac{3 - \sqrt[4]{x}}{9 - \sqrt{x}} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{3-t}{9-t^2} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{1}{3+t} = \frac{1}{6}. \blacktriangleright$$

Пример 2. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+7} - \sqrt{x^2-7})$ .

$$\begin{aligned} \blacktriangleleft \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+7} - \sqrt{x^2-7}) &= \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+7} - \sqrt{x^2-7})(\sqrt{x^2+7} + \sqrt{x^2-7})}{\sqrt{x^2+7} + \sqrt{x^2-7}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14}{\sqrt{x^2+7} + \sqrt{x^2-7}} = 0. \blacktriangleright \end{aligned}$$

Вычислить пределы:

- 1.288.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{5x + \sqrt[3]{x}}$ . 1.289.  $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-1}-3}{x-10}$ .  
 1.290.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x^2-1}}$ .  
 1.291.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$ ,  $x > 0$ .  
 1.292.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ . 1.293.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sqrt{1+x}-1|}{x^2}$ .  
 1.294.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{3x} + \sqrt{3x} + \sqrt{3x}}$ .  
 1.295.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{x+1} - 1}{x}$ . 1.296.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x}-1}{\sqrt[m]{x}-1}$ ;  $m, n \in \mathbb{N}$ .  
 1.297.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+9}-3}$ . 1.298.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt[3]{2+x} - \sqrt[3]{2-x}}$ .  
 1.299.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-a} - \sqrt{x})$ .  
 1.300.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x})$ .  
 1.301.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 7x + 4} - 2x)$ .  
 1.302.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{3/2} (\sqrt{x^3+2} - \sqrt{x^3-2})$ .

Используя замечательный предел (1), вычислить:

1.303.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ . 1.304.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 3x}$ .